

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИКЛОВ В ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

УДК 330.43

**Анатолий Борисович Юсов**,  
к.э.н., доцент, доцент Российской  
академии народного хозяйства и госу-  
дарственной службы при Президенте  
РФ, г. Москва  
Тел.: (909) 910-83-27  
Эл. почта: yusov@yandex.ru

**Антонина Анатольевна Касаткина**,  
ведущий программист Российской  
академии народного хозяйства и госу-  
дарственной службы при Президенте  
РФ (г. Москва)  
Тел.: (495) 656-71-40  
Эл. почта: yusov@yandex.ru

В работе описывается авторский алгоритм нахождения циклической компоненты. Как известно все временные ряды состоят из 4-х составляющих, а именно тренда, сезонной, циклической и остаточной компонент. В отечественной литературе описывается нахождение только тренда, сезонной и остаточной компонент. А нахождение циклической компоненты считается подобным нахождению сезонной. Авторы считают, что алгоритм нахождения сезонной и циклической не может совпадать.

**Ключевые слова:** временные ряды, социально-экономические модели, статистика, эконометрика, прогнозирование временных рядов.

**Anatoly B. Yusov**,  
Ph.D. in Economics, Associate Professor  
of the Russian Academy of national economy and state service under the President of the Russian Federation, Moscow  
Tel.: (909) 910-83-27  
E-mail: yusov@yandex.ru

**Antonina A. Kasatkina**,  
Leading programmer of the Russian  
Academy of national economy and state  
service under the President of the Russian  
Federation, Moscow, Russia  
Tel.: (495) 656-71-40  
E-mail: yusov@yandex.ru

## MODELING CYCLES IN ECONOMETRIC MODELS

The paper describes the author's algorithm for finding the cyclical components. All time series consist of 4 components, namely trend, seasonal, cyclic and residual component. In the domestic literature describes only to find the trend, seasonal and residual components. And finding cyclic components is similar to finding seasonal. The author believes that the algorithm for finding the seasonal and cyclical cannot be the same.

**Keywords:** Time series, socio-economic models, statistics, econometrics, time series forecasting.

## 1. Введение

Каждый временной ряд состоит из нескольких компонент. К числу таких компонент относятся:

*тренд* – представляющая долговременную монотонную тенденцию изменения ряда;

*сезонная компонента* – представляющая устойчивые и равные по годам изменения ряда за определенные сезоны;

*циклическая компонента* – представляющая устойчивые и равные изменения ряда по длительным временным периодам;

*остаточная компонента (случайная)* – представляющая влияния на изменение ряда случайных явлений.

Алгоритм анализа временного ряда включает выявление всех этих составляющих. Однако нахождение подобных составляющих разработано не в полной мере. В частности, в литературе описывается нахождение только тренда, сезонной и остаточной компонент. А нахождение циклической компоненты считается подобным нахождению сезонной.

Авторы считают, что алгоритм нахождения сезонной и циклической не может совпадать. Во-первых, эти две компоненты имеют разные причины возникновения. Сезонные колебания возникают под действием объективных причин смены погодных и климатических условий. Эти причины устойчивы и имеют малые периоды циклов, менее года. Циклические колебания в социально-экономических процессах в своей основе имеют причины, связанные с развитием общества, на которые накладываются и другие причины. Периоды циклов у них достаточно большие, и эти причины меняются с развитием общества.

Во-вторых, в основе выделения сезонных колебаний лежит алгоритм сглаживания ряда посредством скользящей средней. Идея, лежащая в основе алгоритма скользящей средней, заключена в том, что смежные значения ряда не должны сильно отличаться друг от друга. Для малых периодов сезонных колебаний это принять можно, но для периодов более или равного году подобная идея не вполне обоснована.

Ввиду выше сказанного для выделения циклических не сезонных колебаний необходим свой алгоритм, который бы не включал в себя выравнивание ряда с помощью скользящей средней.

## 2. Описание алгоритма

Для определения наличия тренда и циклической составляющей используют коэффициент автокорреляции.

Коэффициент автокорреляции – это корреляция между отдельными частями одного и того же ряда:

$$r(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N-t} (x_i - \bar{X})(x_{i+t} - \bar{X})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2},$$

где  $t$  – шаг автокорреляции.

Сдвигая ряд последовательно на один период наблюдений и вычисляя коэффициент автокорреляции строится автокорреляционная функция.

Если ни один из коэффициентов автокорреляции не является значимым, то:

*либо ряд не содержит тенденции и сезонных колебаний (то есть ряд содержит только случайную компоненту),*

*либо ряд содержит сильную нелинейную тенденцию.*

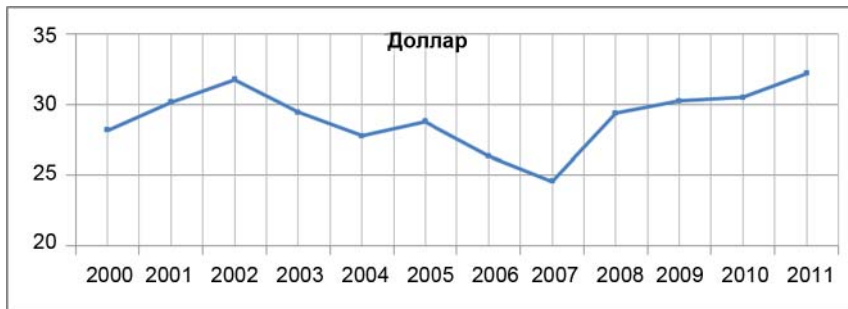


Рис. 1. Курс доллара по отношению к рублю за период 2000–2011 гг.

Таблица 1

**Коэффициенты автокорреляции курса доллара по отношению к рублю**

Смещение	1	2	3	4	5	6	7
Корреляция	0,46	-0,06	-0,2	-0,8	-0,93	-0,2	-0,41

Таблица 2

**Остаток = U(t) + E(t)**

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Курс доллара	28,16	30,1	31,8	29,5	27,75	28,8	26,33	24,6	29,38	30,2	30,48	32,2
Тренд	28,64	28,72	28,8	28,9	28,98	29,1	29,15	29,2	29,32	29,4	29,49	29,57
Остаток	-0,476	1,419	2,97	0,56	-1,23	-0,3	-2,816	-4,7	0,064	0,84	0,994	2,629

Таблица 3

**Остатки, распределенные по периодам цикла**

Периоды цикла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значения	-0,476	1,419	2,97	0,56	-1,23	-0,3	-2,816	-4,7	0,064	0,84
	0,9937	2,6286								

Таблица 4

**Средние по периодам цикла**

Периоды цикла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Средние	0,2588	2,0238	2,97	0,56	-1,23	-0,3	-2,816	-4,7	0,064	0,84

Если наиболее высоким является коэффициент автокорреляции первого порядка (следующее значение), исследуемый ряд содержит только линейный тренд.

Если наиболее высоким является положительный коэффициент автокорреляции порядка *m*, то ряд содержит и линейный тренд, и циклические колебания с периодичностью в *m* моментов времени.

Если наиболее высоким является отрицательный коэффициент автокорреляции порядка *m*, то ряд содержит наряду с линейным трендом циклические колебания с периодичностью в *2m* моментов времени.

Последнее утверждение вытекает из свойств коэффициента корреляции. Если два ряда имеют отрицательный коэффициент корреляции, то направления их изме-

нения относительно своей средней происходит в разных направлениях. Если первый ряд возрастает, то второй – убывает, и наоборот. Таким образом, в нашем случае с периодом *m* (период наибольшего по абсолютной величине коэффициента) ряд повторяет тенденцию развития предыдущего периода, но симметрично относительно средней. Следовательно, точное поведение относительно средней ряд будет демонстрировать только в периоды равные *2m* лет. Наглядно это показано на рисунке 1. Автокорреляционная функция курса доллара по отношению к рублю приведена в таблице 1.

На графике пунктирной линией отмечен полуцикл в 5 лет, а сплошной линией полный цикл в 10 лет.

Наличие хотя бы одного близкого к единице по абсолютной ве-

личине коэффициента автокорреляции свидетельствует о наличии линейного тренда. А если шаг смещения более 1, то и о наличии циклов в развитии данного показателя.

Наличие сезонной компоненты может быть, если статистика по исследуемой переменной собирается по месяцам либо по кварталам. Если же статистика по исследуемой переменной собирается по годам или по большим временным интервалам, то ряд может содержать только тренд, циклическую и остаточную компоненты.

$$X(t) = Y(F(t), U(t), E(t)).$$

где *F(t)* – тренд (долговременная тенденция) развития;

*U(t)* – циклическая компонента;

*E(t)* – остаточная компонента.

В качестве примера рассмотрим курс рубля к доллару. При этом, примем аддитивную модель временного ряда:

$$X(t) = F(t) + U(t) + E(t).$$

Вначале выделим тренд. Тренд можно выделить с помощью уравнения парной регрессии, где результирующая переменная – это наш временной ряд, а независимая переменная – ряд значений годов наблюдений.

Аналитическая функция зависимости значений ряда от значения года имеет следующий вид:

$$X = 0,085035t - 141,434 \quad (1)$$

Выделив тренд, используя выражение (1), вычислим сумму циклической и остаточной компонент (см. таблицу 2):

Далее необходимо из этой суммы выделить циклическую компоненту, а что останется будет представлять собой случайную компоненту.

Циклическая компонента представляет собой устойчивые и равные изменения ряда по длительным временным периодам. Однако в остатках совершенно разные по одним и тем же периодам цикла значения. Для выравнивания воспользуемся обычным осреднением этих значений. Для этого массив разности распределяется по периодам цикла (см. таблицу 3).

Таблица 5

Выровненные циклические значения курса рубля к доллару

Период цикла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значение	0,4875	2,2525	3,2	0,79	-1	-0,1	-2,588	-4,5	0,292	1,07

Таблица 6

Смоделированные значения курса рубля к доллару

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Тренд	28,64	28,72	28,8	28,9	28,98	29,1	29,15	29,2	29,32	29,4	29,49	29,57
+	0,488	2,253	3,2	0,79	-1	-0,1	-2,588	-4,5	0,292	1,07	0,488	2,253
Модель	29,12	30,97	32	29,7	27,98	29	26,56	24,8	29,61	30,5	29,97	31,82

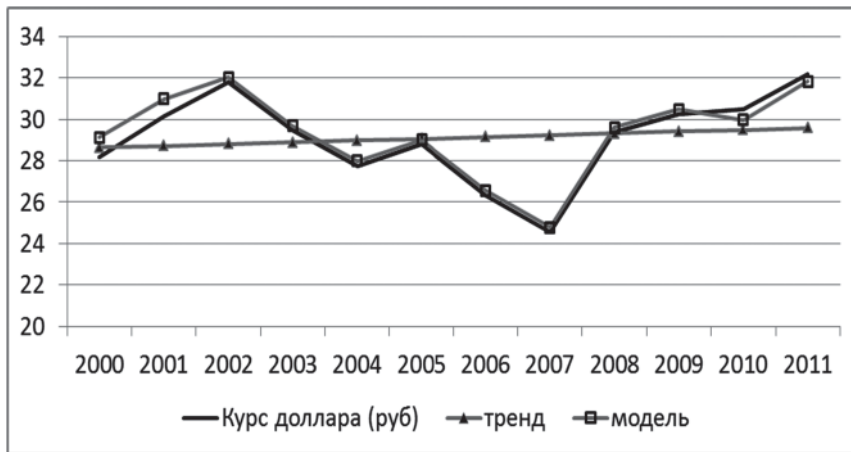


Рис. 2. Графики реального ряда, тренда и модели курса рубля к доллару

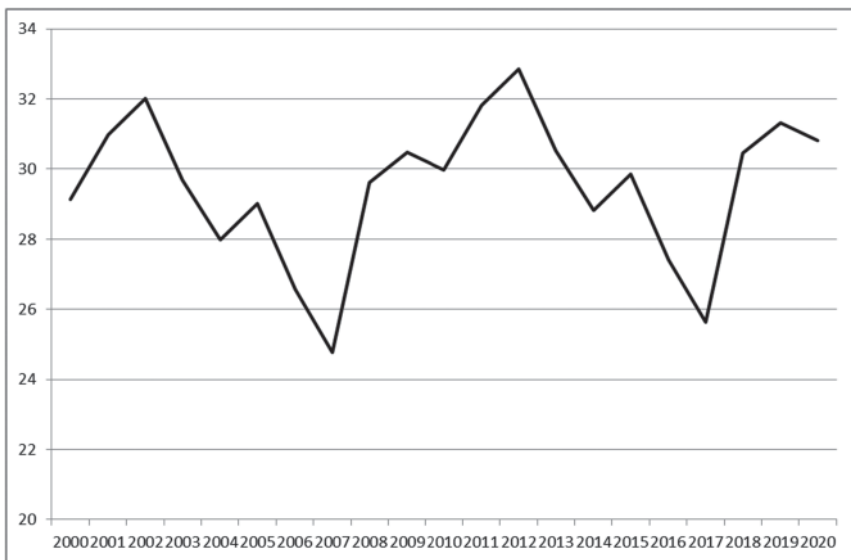


Рис. 3. График модели курса рубля к доллару до 2020 года

После этого находим средние значения периодов цикла (см. таблицу 4).

Циклические колебания без трендовой компоненты не должны приводить к изменениям значения переменной. Циклы должны повторять одни и те же значения. То есть

в сумме изменения в одном цикле должны давать нулевое значение. Этого можно добиться, если выровнять каждое циклическое значение средней циклических значений. Для этого из каждого циклического значения вычитается средняя величина цикла (в нашем случае это  $-0,229$  –

среднее второй строки таблицы 4). В результате получаем окончательные циклические значения (см. таблицу 5).

Для проверки можно просуммировать выровненные значения периода цикла. Если сумма равна 0, циклическая компонента вычислена верно.

Теперь для получения модели нашего временного ряда необходимо к трендовым значениям прибавить циклические (см. таблицу 6).

График смоделированного ряда (см. рисунок 2) показывает, насколько близки значения реального временного ряда и модели. Для подтверждения этого можно проанализировать остатки, то есть разность между этими рядами.

Воспользуемся такой оценкой остатков как относительная максимальная ошибка:

$$E_{\text{отн. макс}} = \frac{E_{\text{max}}}{X} \cdot 100(\%) \quad (2)$$

Вычисленная по формуле (2) оценка равна 3%. Далее можно смоделировать курс рубля к доллару до 2020 года. Таким образом, получаем, что если факторы, влияющие на курс рубля к доллару кардинально до 2020 года не изменятся, то график данного временного ряда будет таким, каким он представлен на рисунке 3.

Литература

1. Орлова И.В., Половников В.А. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: Учеб. пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2010. – 366 с.
2. Эконометрика: Учебник/Под ред. И.И. Елисейевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
3. Портал Росстат. URL:www.gks.ru

References

1. Orlov I.V., Polovnikov V.A. Economic-mathematical methods and models: computer simulation: Textbook. – 2-е изд., ispr. i dop. – М.: Vuzovskij uchebnik: INFRA-M, 2010. – 366 s.
2. Econometrics: Textbook/ Pod red. I.I. Eliseevoj. – М.: Finansy i statistika, 2002. – 344 s.
3. Portal Rosstat. URL:www.gks.ru