ОБ ОБОБЩЕНИИ И РАЗВИТИИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ОСНОВНЫМ ЗАПАСОМ

УДК 658.7

Александр Николаевич Гармаш,
к.э.н., доцент,
доцент ГКА им. Маймонида
Эл. почта: angarm@mail.ru

Вадим Александрович Большаков,
финансовый директор ООО «Галеас»
Эл. почта: vadim_bolsh@mail.ru

Михаил Самуилович Гаспариан,
к.э.н., доцент, доцент кафедры Прикладной информатики в экономике МЭСИ
Эл. почта: mgasparian@mesi.ru

Настоящая работа является развитием результатов, опубликованных в статье «Некоторые обобщения системы управления с основным запасом» [1]. Представлены аналитические зависимости случайной величины расхода оборотных средств для наиболее распространенных законов вероятностного распределения в управлении запасов. Приведен расчет вероятности возникновения дефицита при единичной потребности. Показана возможность использования результатов исследования в ERP-системах.

Ключевые слова: *система управления с основным запасом, оборотные средства, ERP-системы, система управления запасами.*

Aleksandr N. Garmash,
PhD in Economic Sciences, Associate Professor, Maimonids State Classical Academy
E-mail: angarm@mail.ru

Vadim A. Bolshakov,
Financial manager OOO «Galeas»
E-mail: vadim_bolsh@mail.ru

Mikhail S. Gasparian,
PhD in Economic Sciences, Associate Professor, Department of applied informatics in economics of MESI
E-mail: mgasparian@mesi.ru

THE SYNTHESIS AND DEVELOPMENT OF THE MANAGEMENT SYSTEM WITH THE MAIN STOCK

In the present paper is an extension of the paper «Some generalizations of the management system with the main stock» published in [1]. The analytical dependence of the random variable rate of working capital for the most common of the probability distribution in the management of stocks. The calculation of the probability of a shortage in the unit needs. The possibility of using the results of research in the ERP-systems.

Keywords: *control system with the main stock, current assets, enterprise resource planning, a control system of stocks.*

1. Введение

Настоящая статья является дальнейшим развитием результатов, опубликованных в работе [1].

В этой работе для реализации принципа планирования производственных запасов вероятностным уровнем предлагается использовать обобщенную систему управления запасами (СУЗ) с основным запасом.

2. Формализация рассматриваемой системы управления запасами

В рассматриваемой СУЗ вероятностный процесс движения важнейшей номенклатуры материальных ресурсов формализован следующим образом:

1. На начало периода планирования устанавливается норма основного запаса *З*. В терминах практической логистики основной запас интерпретируется как переходящий запас *З* в сумме текущей (для обеспечения непрерывности производства в период между двумя очередными приходами) и страховой (для гарантирования непрерывного снабжения производства в случае непредвиденных отклонений) составляющих.

Заметим, что в методологии нормирования нет единого и общепринятого подхода к определению текущей и страховой составляющих нормы запаса.

2. В отношении процессов расхода (потребления) и прихода (поступления) принимаются следующие допущения:

– длительности интервалов между расходами и приходами являются случайными величинами (с.в.);

– «точка заказа» определяется случайным моментом поступления накладной на расход;

– объем заказа определяется случайной величиной объема расхода V в момент поступления накладной на расход (численно равен);

– потоки по приходу и расходу (относительно длительности интервалов) рекуррентны.

В рассматриваемой обобщенной СУЗ с основным запасом вероятность появления дефицитной ситуации при некотором уровне переходящего запаса *З* равна $p = P(R > З)$, где R – с.в. расхода за время между очередными поставками. Таким образом, для нормирования переходящего запаса на основе принципа планирования вероятностным уровнем необходимо знать закон распределения с.в. указанного расхода.

В предположении о дискретности с.в. спроса закон распределения вероятностей с.в. расхода для обобщенной модели с основным запасом задается системой соотношений [1]:

$$R_n = \sum_{x=1}^{n} P(n/x)P(x), \quad n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{1}$$

где $P(x)$ – безусловное распределение числа требований (накладных) на расход за время между очередными поставками (приходами);
$P(n/x)$ – вероятность расхода n единиц запаса при условии поступления x накладных на расход.

Вероятность отсутствия потребления равна вероятности отсутствия требований на расход – $R_0 = P(0)$.

Вероятность $P(x)$ определяется как

$$P(x) = \int_0^{\infty} h\left(\frac{x}{y}\right)\varphi(y)\,dy, \tag{2}$$

где $h(x/y)$ – условная вероятность поступления x требований на расход при $t = y$;
$\varphi(y)$ – плотность распределения случайной величины t.

3. Аналитическое моделирование обобщенной СУЗ с основным запасом для некоторых законов распределения вероятностей

В [1] были выведены аналитические зависимости для случайной величины t распределенной по гиперэкспоненциальному и закону Эрланга.

Рассмотрим другие, широко используемые, законы распределения для плотности распределения случайной величины $\varphi(y)$.

1) Гамма-распределение является общим случаем распределения Эрланга для нецелых $\alpha > 0$ и экспоненциальное распределение при $\alpha=1$ [3]. Функция плотности вероятности Г-распределения:

$$\varphi(y)=\frac{\mu^{\alpha}y^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}e^{-\mu y}, \tag{3}$$

где $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}z^{\alpha-1}e^{-z}dz \tag{4}$$

В результате расчета получим:

$$P(x)=\frac{\Gamma(x+\alpha)}{x!\Gamma(\alpha)}\cdot \cdot\left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^{x}\cdot\left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{\alpha} \tag{5}$$

Если принять $P(n/x)$ как распределение по закону Пуассона, то

$$R_n=\sum_{x=1}^{n}\frac{(\mu x)^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\mu x}\frac{\Gamma(x+\alpha)}{x!\Gamma(\alpha)}\cdot \cdot\left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^{x}\cdot\left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{\alpha}$$

$$R_0=\left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{\alpha} \tag{6}$$

2) Экспоненциальное распределение. Используя свойство гамма-функции $\Gamma(1) = 1$ и $\Gamma(x + 1) = x!$ для целых x, получим:

$$P(x)=\left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^{x}\cdot\frac{\mu}{(\lambda+\mu)} \tag{7}$$

Если, как и в первом случае, принять $P(n/x)$ как распределение по закону Пуассона, то

$$R_n=\sum_{x=1}^{n}\frac{(\mu x)^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\mu x}\left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)\cdot\frac{\mu}{(\lambda+\mu)}$$

$$R_0=\frac{\mu}{\lambda+\mu} \tag{8}$$

3) Распределение Вейбулла

$$\varphi(y)=\mu\alpha(\mu y)^{\alpha-1}e^{-(\mu y)^{\alpha}} \tag{9}$$

при $y \geq 0$

В результате расчета получим следующее рекуррентное соотношение:

$$P(x)=\left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^{x}\cdot\left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{\alpha}\cdot \cdot\frac{1}{x!}\sum_{i=0}^{N}\frac{P(x)_i}{(\lambda+\mu)^{i}}\cdot\frac{\Gamma(x+\alpha+i)}{\Gamma(\alpha)} \tag{10}$$

Отсюда, для $P(n/x)$ распределенной по закону Пуассона:

$$R_n=\sum_{x=1}^{n}\frac{(\mu x)^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\mu x}\left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^{x}\cdot \cdot\left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{\alpha}\cdot\frac{1}{x!}\sum_{i=0}^{N}\frac{P(x)_i}{(\lambda+\mu)^{i}}\cdot \cdot\frac{\Gamma(x+\alpha+i)}{\Gamma(\alpha)}$$

$$R_0=\left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{\alpha} \tag{11}$$

4) Биномиальное распределение

$$\varphi(y)=\binom{n}{y}\rho^{y}(1-\rho)^{n-y} \tag{12}$$

Для интегрирования биномиального распределения воспользуемся теоремой Пуассона, допустим, что $n\rho \to \lambda y$, и

$$\binom{n}{y}\rho^{y}(1-\rho)^{n-y}\to\frac{(\lambda y)^{x}}{x!}e^{-\lambda y},$$

тогда

$$P(x)=\frac{2^{-x-1}\lambda^{-1}}{x!}$$

$$R_n=\sum_{x=1}^{n}\frac{(\mu x)^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\mu x}\left(\frac{2^{-x-1}\lambda^{-1}}{x!}\right)$$

$$R_0=(2\lambda)^{-1} \tag{13}$$

Далее рассмотрим теоретическую вероятность дефицита при единичной потребности запасов на одну заявку, детерминированной величине поступления и простейшим потоком заявок на расход. В этом случае вероятность появления k заявок за фиксированный период времени описывается законом Пуассона, тогда временной интервал между заявками определяется экспоненциальным законом с плотностью вероятности:

$$f(y) = \lambda e^{-\lambda y}, \text{ при } y \geq 0.$$

И функцией распределения вероятности:

$$F(y) = 1 - e^{-\lambda y}, \text{ при } y \geq 0.$$

Тогда период времени появления k заявок является суммой независимых случайных величин промежутков времени между заявками. Для суммирования случайных величин с известным законом распределения и известными параметрами этого распределения воспользуемся соотношением свертки [2] для непрерывной случайной величины:

$$f_1(y)*f_2(v)= =\int_0^{v}f_1(y)f_2(v-y)dy \tag{14}$$

Экспоненциальное распределение не устойчиво к суммированию и свертка k событий экспоненциального распределения является Гамма-распределением с параметрами λ, k, где плотность:

$$f(y)=\frac{\lambda(\lambda y)^{k-1}}{(k-1)!}e^{-\lambda y} \tag{15}$$

Функция распределения:

$$F(y)=\frac{\lambda^{k}}{(k-1)!}\int_0^{t}y^{k-1}e^{-\lambda y}dy, \tag{16}$$

где t – время между поставками k запасов.

Или для целых k:

$$F(y)=1-\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(\lambda y)^{k}}{k!}e^{-\lambda y} \tag{17}$$

Таким образом, в данном случае $F(y)$ есть вероятность возникновения дефицита при отсутствии необходимого количества запасов за время между поставками.

Используя численное интегрирование функции распределения (16) можно получить значения вероятности для разных λ и k.

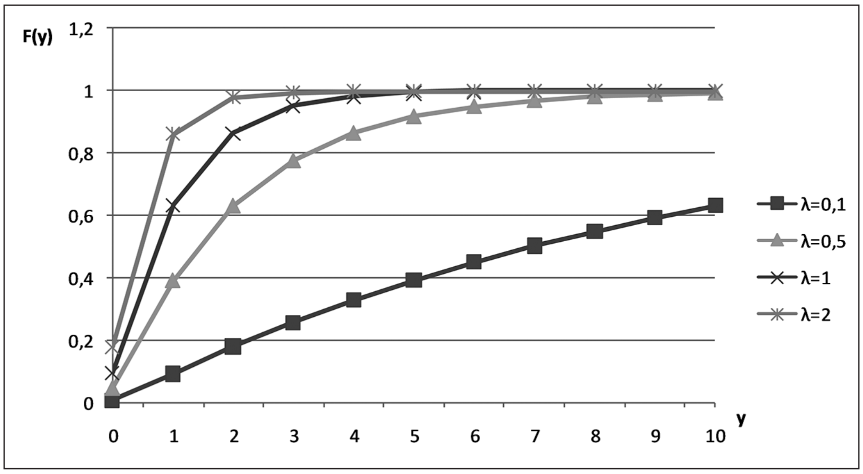

Рис. 1. Вероятность возникновения дефицита при *k* = 1

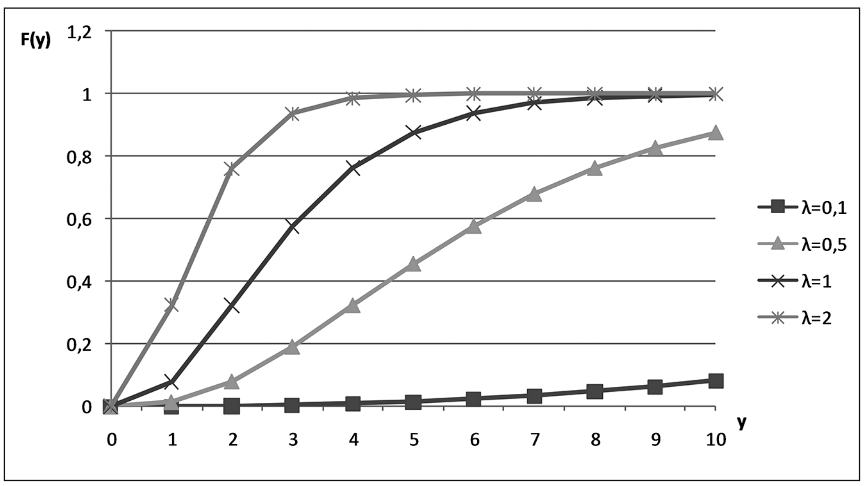

Рис. 2. Вероятность возникновения дефицита при *k* = 3

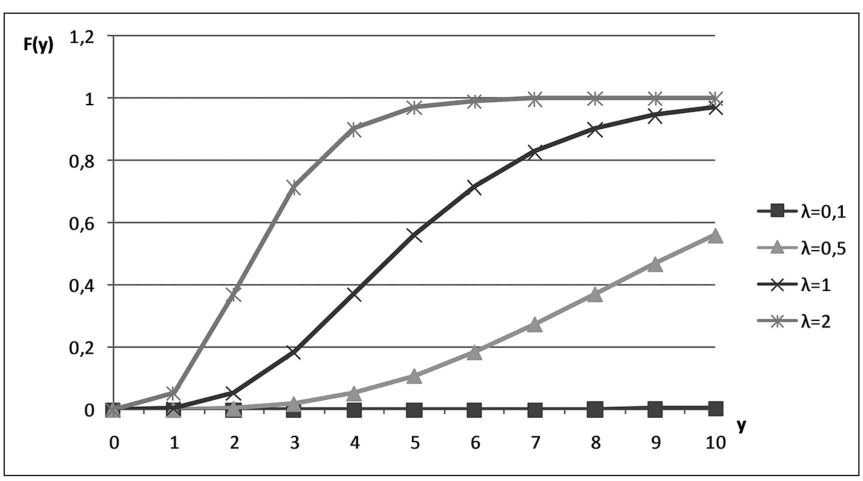

Рис. 3. Вероятность возникновения дефицита при *k* = 5

То есть при одинаковой интенсивности появления заявок вероятность возникновения дефицита запаса при поступлении одной заявки на расход растет со временем быстрее, чем при поступлении нескольких заявок (в данном случае рассматривается единичная потребность в каждой заявке). Это теоретически подтверждает известный из практической деятельности факт, что полное исключение группы С, при проведения ABC-анализа, из основных запасов организации ведет к дополнительным финансовым потерям.

Далее рассмотрим изменение вероятности дефицита при запаздывании поставки. Обычно момент времени заказа (точка заказа) и момент времени реального поступления запаса не совпадают. То есть происходит запаздывание поставки, которое может быть заранее прописано в договоре поставки или являться случайной величиной, зависящей от конкретной ситуации. В любом случае необходима оценка изменения вероятности дефицита с величиной запаздывания поставки для принятия решения о существенности этого изменения и учете его при формировании заявки на поставку.

Примем Δy – величина запаздывания заявки, тогда изменение вероятности дефицита:

$$\Delta F = F\left(y+\Delta y\right)-F\left(y\right)$$

Используя (16), получим:

$$\Delta F = \sum_{k=0}^{n-1}\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda y}\left(y^k-e^{-\lambda\Delta y}\left(y+\Delta y\right)^k\right) \quad (18)$$

4. Заключение

В заключение отметим, что к настоящему времени разработано множество математических моделей управления запасами, из которых, на наш взгляд, наибольшую практическую ценность представляют модели для принятия решений в условиях риска (вероятностные модели). Однако в подавляющем большинстве случаев в реальных производственных условиях они не используются. Немногочисленные примеры удачного применения экономико-математических моделей (ЭММ) управления запасами ограничиваются модификациями модели Уилсона в ERP-системах (Enterprise Resource Planning).

Причины и трудности внедрения указанных разработок многочисленны и неоднозначны, их анализ является предметом отдельного исследования. В рамках данной работы укажем на одну из основных причин – вероятностные методы планирования (нормирования) запасов практически не используются в практике управления поскольку, как правило, не доведены до стандартной системы программного обеспечения и не встроены в реальные управленческие и информационные технологии («не погружены» в информационную среду предприятия).

Полученные авторами результаты могут быть использованы при оценке адекватности имитационной модели планирования запасов на основе системы с основным запасом и апробации соответствующего программного обеспечения (модуля).

В настоящее время проводится разработка указанного программного модуля в среде «1С:Предприятие» с использованием встроенных средств и языка системы «1С:Предприятие 8.2»

Литература

1. Гармаш А.Н., Большаков В.А. Некоторые обобщения системы управления с основным запасом.// Логистика и управление цепями поставок. 2012. №04 (51). С. 79–82.

2.Чернова Н. И. Теория вероятностей: Учеб. пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2007. 160 с.

3.Рыжиков Ю. И. Теория очередей и управление запасами. – СПб: Питер, 2001. – 384 с.

References

1. Garmash A. N., Bolshakov V. A. Some generalizations of the management system with the main stock // Logistika i upravlenie cepyami postavok. 2012. №04 (51). s. 79–82.

2. Chernova N. I. Probability theory: Tutorial / Novosibirsk State University. Novosibirsk, 2007. 160 s.

3. Rizhikov Y.I. Queuing theory and inventory management. – SPb: Piter, 2001. – 384 s.