

О ПРОГНОЗИРОВАНИИ ФИНАНСОВЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА САМООРГАНИЗОВАННОЙ КРИТИЧНОСТИ

УДК 519.7; 330.42

Михаил Ефимович Мазуров,
д.ф.-м.н., проф. каф. Математики Московского государственного университета экономики, статистики и информатики (МЭСИ)
Тел.: 8 (499) 242-87-88
Эл. почта: mazurov37@mail.ru

Известны четыре основных метода прогнозирования финансовых временных рядов: технический анализ, математический анализ, фундаментальный анализ, использование нейронных сетей. Эволюция финансовых временных рядов сопровождается бифуркациями, характеризующими внутренние свойства системы. Затем возникает неустойчивое состояние и импульс, который распространяется в распределенной системе фондовых бирж. С учетом этого механизма для анализа поведения финансовых временных рядов мы используем теорию бифуркаций и систему нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа, являющихся базовыми уравнениями в синергетике.

Ключевые слова: прогнозирование финансовых временных рядов, бифуркации, системы нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа, компьютерное моделирование

Michail E. Mazurov,
Doctorate of Physics and Mathematical Sciences, Professor, the Department of Mathematics, Moscow state University of Economics, statistics and Informatics (MESI)
Tel.: 8 (499) 242-87-88
E-mail: mazurov37@mail.ru

FORECASTING FINANCIAL TIME SERIES USING A METHOD OF SELF-ORGANIZED CRITICALITY

There are four main methods of forecasting financial time series: technical analysis, mathematical analysis, fundamental analysis, the use of neural networks. Evolution of financial time series is accompanied by bifurcations, characterizing the internal properties of the system. Then there is the unstable state and momentum, which is distributed in a distributed system stock exchanges. Given this mechanism to analyze the behavior of financial time series, we use bifurcation theory and a system of nonlinear differential equations of parabolic type, which are the basic equations in synergetics.

Keywords: forecasting financial time series, bifurcation of a system of nonlinear differential equations of parabolic type, computer simulation

1. Введение

Задача прогнозирования поведения сложных динамических систем, особенно в экономике и социальной сфере является трудноформализуемой. Прогноз таких систем должен опираться почти исключительно на выявлении скрытых закономерностей в накопленных данных. Предсказание финансовых временных рядов – типичный пример такого рода задач. Практика применения указанных методов показала, что они эффективны лишь в редких случаях.

В научной литературе [1–4] приводится большое количество математических моделей и методов для анализа финансовых рынков. Наибольшую популярность получили четыре основных подхода: 1. технический анализ; 2. математический анализ; 3. фундаментальный анализ; 4. анализ, основанный на использовании нейронных сетей.

Главный принцип технического анализа – изучение процесса ценовых колебаний с помощью специальных технических индикаторов. Распространенной считается идея о том, что внимательно изучив поведение рынка в прошлом можно предугадать, как он поведет себя в будущем – движение рынка принято характеризовать такими терминами как цикличность и волнообразность. На взгляд многих специалистов это тупиковое направление анализа. Частичная предсказуемость рынка с помощью технического анализа обусловлена относительно примитивным коллективным поведением игроков, которые образуют единую хаотическую динамическую систему с относительно небольшим числом внутренних степеней свободы.

Математический анализ представлен методами: 1. Метод регрессионного анализа, включающий в себя линейную и нелинейную регрессию; 2. Методы сглаживания временных рядов (таких методов несколько, например метод скользящей средней, экспоненциальное сглаживание и т.д.) [1,3]; 3. Методы хаотических временных рядов (интенсивно развиваемые в последнее время) [5]; 4. Фрактальные методы [5] и др.

Фундаментальный анализ – это направление в анализе ценных бумаг, которое стремится определить их истинные стоимости, исходя из изучения связанных с ними экономических факторов. Концепция фундаментального анализа базируется на предсказании последствий поведения цены в результате влияния тех или иных событий в мировой экономике. Финансовые новости, стихийные бедствия и другие подобные явления накладывают определенный отпечаток на работу финансовых рынков.

Использование нейронных сетей для анализа финансовой информации является альтернативой для традиционных методов исследования, таким как статистический анализ и экспертный анализ индикаторов технического анализа, фундаментальных показателей. В силу своей адаптивности одни и те же нейронные сети могут использоваться для анализа нескольких инструментов и рынков, в то время как найденные игроком для конкретного инструмента закономерности из области технического анализа могут работать хуже или не работать вообще для других инструментов [2,4].

2. Самоорганизованная критичность в экономике

Реальная экономика похожа на песок, а не на воду. Решения в экономике дискретны, как песчинки, а не непрерывны, как вода. В реальной экономике, как и в песке, есть трение. Рядом авторов обоснована концепция о сходстве механизмов поведения экономических систем, финансовых вре-

менных рядов с поведением кучи песка. При подсыпке песка происходит бифуркация и периодическое осыпание кучи до минимального размера, после чего происходит восстановление прежних размеров. Этот процесс был назван самоорганизованной критичностью [6], было показано, что он является свойственным многим системам, в том числе экономическим системам и финансовым экономическим рядам.

Когда речь заходит о колебаниях рынка, экономисты закрывают глаза и разводят руками, поскольку в равновесной теории не может быть никаких сильных флуктуаций. «Объяснения того, почему рынок акций взлетает и обрушивается, относятся к разделу курьезов», – говорит гарвардский экономист Клаудиа Голдин.

Экономисты обычно пренебрегают крупными флуктуациями, считая их «атипичными» и потому не имеющими отношения к общей теории экономики. Один обвал приписали бы введению электронных торгов, другой – чрезмерным заимствованиям средств для покупки акций. Помимо этого они провели бы отбраковку данных, убрав долговременный рост или падение рынка. В конце концов, они пришли бы к выборке, содержащей только малые колебания, но при этом не представляющей никакого интереса. Крупные колебания были бы хирургически удалены из выборки, что равносильно выплескиванию ребенка вместе с водой. Однако тот факт, что крупные события демонстрируют такое же поведение, как и малые, говорит о том, что на всех масштабах работает один и тот же механизм – как в случае землетрясений и биологической эволюции.

Общая картина экономики пока еще не разработана в деталях. Однако мы рассмотрели упрощенную модель самоорганизованной критичности в экономике, которая позволяет получить представление о том, как могла бы работать действительно интерактивная, целостная экономическая теория. Теорию самоорганизованной критичности мы и будем использовать для прогнозирования финансовых временных рядов.

3. Биржевые индексы – инструмент для анализа финансовых временных рядов

Функционирование и успешное развитие рынка ценных бумаг невозможно без наличия информации о биржевых процессах. В странах с развитой экономикой придается первостепенное значение анализу биржевой конъюнктуры, тенденций и деловой активности фондового рынка. Необходима постоянная оперативная информация о рыночной ситуации, о состоянии и изменении курсов акций и т.д. Ключевыми показателями оценки его деловой

активности являются биржевые индексы.

Биржевые индексы (фондовые индексы) – это специальные математические показатели отражающие динамику курса фондового рынка, секторов рынка или иной репрезентативной группы активов (ценных бумаг, товаров или деривативов), обращающихся на рынке. Известны следующие способы расчёта биржевых индексов: среднее арифметическое значение цен; среднее геометрическое значение цен; взвешенный и не взвешенный способ.

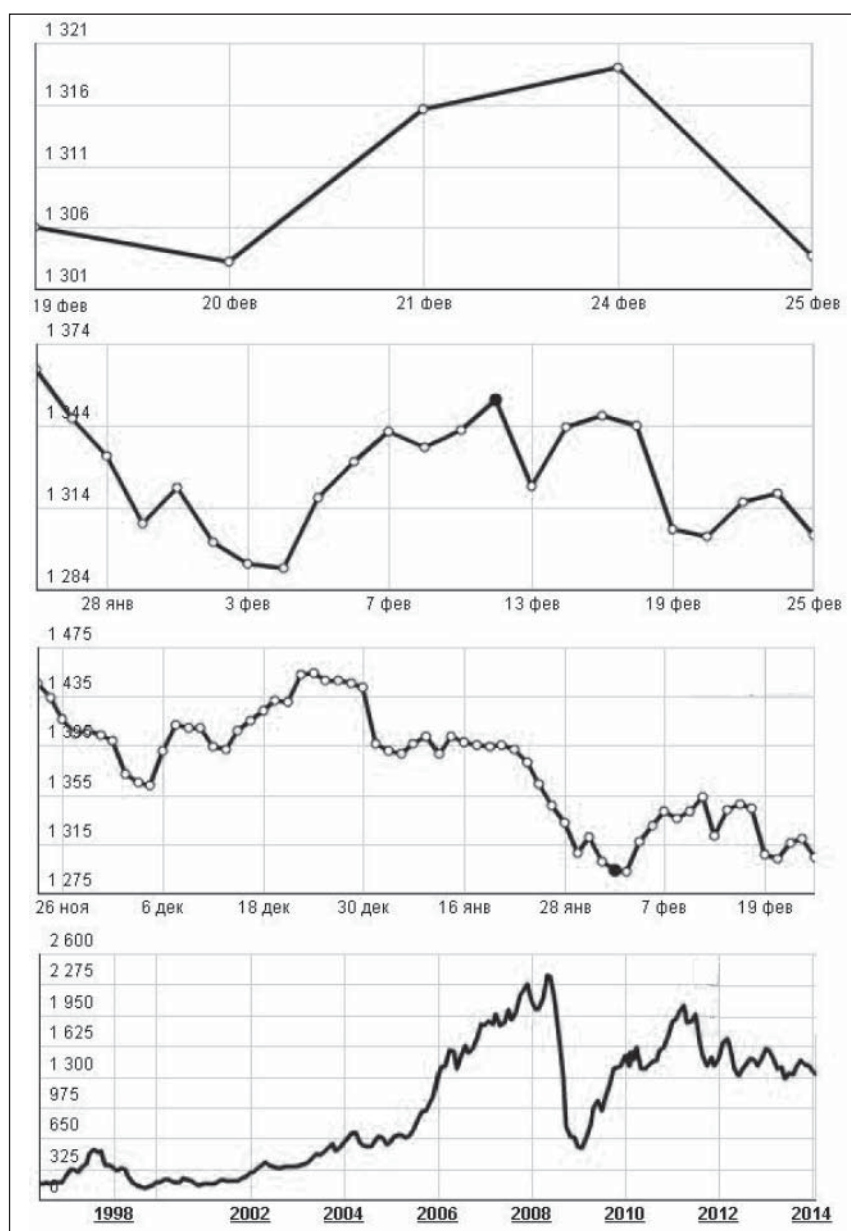


Рис. 1. Динамика индекса РТС в течение: а) недели; б) месяца; в) квартала; г) всего периода

Таким образом, индексы представляют собой инструмент оценки поведения рынка ценных бумаг, который отражает происходящие макроэкономические процессы. При депрессивных явлениях в экономике индексы падают. Когда в стране намечается экономический рост, индексы растут. Фондовые индексы подсчитываются и публикуются различными источниками, в качестве которых, как правило, выступают информационные агентства и фондовые биржи. Итак, биржевые индексы – это индикаторы, отражающие текущее состояние и основные тенденции развития рынка акций. Биржевые индексы служат измерительным инструментом, позволяющим инвестору формировать суждение о состоянии рынка акций в целом.

В качестве биржевых индексов могут быть использованы ценовые индексы. Индексы данного типа вычисляются как среднее арифметическое стоимости акций компании, входящих в базовый список индекса. К данному типу индексов относятся наиболее известный – промышленный индекс Доу-Джонса, другие индексы Доу-Джонса, индекс Токийской фондовой биржи – Nikkei, основной индекс Американской фондовой биржи – AMEX и т.д.

Среди других фондовых индексов наиболее известны: различные средние индексы Standart & Poors, рассчитываемые по 400 и 500 акциям промышленных компаний, 20 акциям транспортных компаний, 40 акциям коммунальных компаний, по акциям финансовых компаний, муниципальным облигациям, государственным облигациям США и т.п.; средние индексы Moodys, рассчитываемые по акциям промышленных корпораций, железнодорожному транспорту, коммунальным компаниям; ценовые индексы NASDAQ, которые представлены композитным индексом, включающим акции 4013 компаний, промышленным индексом (2863 компании), банковским (224), страховым (106), транспортным (65) и другими индексами; индексы, характеризующие германский фондовый рынок

(DAX-30, DAX-100, композитный индекс CDAХ-320; индексы японского фондового рынка (Nikkei, TOPIX); индексы фондового рынка Франции (CAC-40, генеральный индекс CAC) и т.д.

Для примера рассмотрим в динамике индекс Российской Торговой Системы (РТС). Динамика индекса РТС за неделю, месяц, квартала и весь период существования показана на рис. 1.

Рассмотрение динамики индекса РТС показывает наличие моментов времени, когда происходит немотивированное изменение индекса, например на втором графике сверху (рис. 2) 10 февраля произошло резкое падение индекса, что характеризует наличие точки бифуркации в этот момент времени. Можно отметить наличие точек бифуркации как для малых, так и больших интервалов времени. Длительность падения и возрастания эволюционной переменной характеризует наличие составляющих различного масштаба, т. е. наличие скейлинга в системе.

Наличие описанного выше характера поведения характерно не только для финансовых временных рядов, но и для многих других процессов. Аналогичный характер поведения имеет место, например для временных рядов, характеризующих землетрясения. Установлено, что землетрясения могут возникать практически неожиданно без всяких видимых причин. Это также можно

объяснить с помощью того же механизма, как и для финансовых временных рядов. На рис. 2 приведены полученные на станции Пулковско сейсмографом Б.Б.Голицына записи вертикальных смещений почвы от землетрясения 9 сентября 1910 г. в районе Курильских островов.

4. Механизмы динамики финансовых временных рядов

Эволюция финансовых временных рядов сопровождается бифуркациями. Бифуркации возникают в моменты времени, когда функционал, характеризующий внутренние свойства эволюционной системы, превышает определенные пороговые значения. После этого превышения эволюционная переменная переходит в неустойчивое состояние и возникает автоволновый импульс, который распространяется как автоволна в распределенной системе фондовых бирж. Автоволновый импульс может быть как падающим, так и возрастающим. Падающий импульс характеризует падение курсов ценных бумаг, возрастающий – возрастание курсов ценных бумаг.

Падение или возрастание эволюционной переменной обычно достаточно быстрое. Быстрое падение или рост эволюционной переменной сменяется стабилизацией, а затем медленным возрастанием или медленным падением. Эта фаза эволюционной переменной

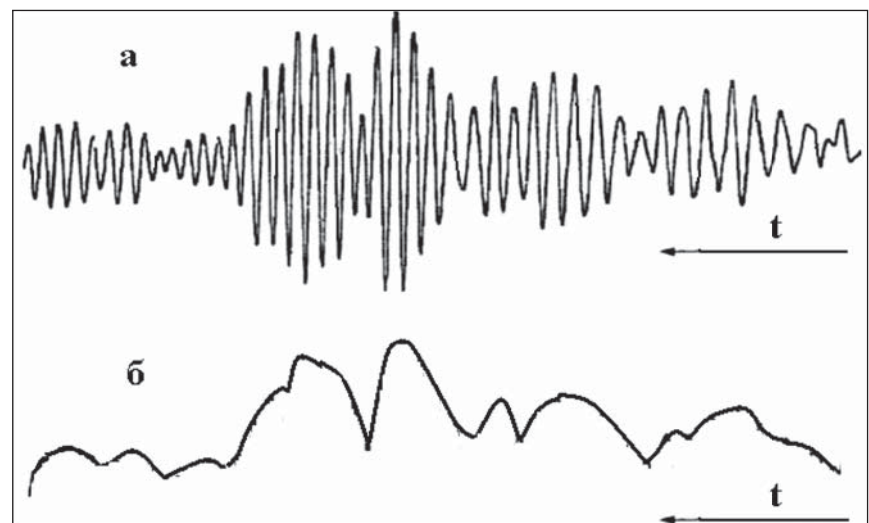


Рис. 2. Копии сейсмограммы землетрясения 9 сентября 1910 г. в районе Курильских островов. Нижняя кривая – огибающая сейсмограммы

ной обусловлена рефрактерным периодом автоволнового импульса. В эту фазу эволюционная переменная малочувствительна к внешним воздействиям. Величина амплитуды всплеска эволюционной переменной зависит от степени превышения функционалом качества порогового значения. Она тем больше, чем больше превышение. Максимальная величина автоволнового всплеска так же, как правило, является ограниченной. После окончания рефрактерной фазы эволюционной переменной происходит восстановление нормальной работы финансовой системы. Более детальный анализ показывает, что восстановление фондовой системы может происходить не на исходном уровне, а на более низком или более высоком. Механизмы этого явления кроются в наличии медленных процессов, происходящих в фондовой системе.

Точки бифуркации фондовой системы могут рождаться непрерывно в течение времени. Поэтому автоволновые всплески также могут рождаться и аннигилировать непрерывно во времени.

Существенным вопросом является, можно ли определить интервал времени, предшествующий возникновению бифуркации в системе. Это вопрос, имеющий важное прикладное значение, является очень сложным. Имеются некоторые соображения по идентификации интервалов времени, предшествующих бифуркациям. Они известны из теории катастроф [7–9]. Это замедление изменения эволюционного функционала, появление медленных колебаний и др. признаки. Их называют предшественниками катастрофы.

Таким образом, для анализа поведения финансовых временных рядов мы используем теорию бифуркаций, являющуюся составной частью науки, называемой математической теорией катастроф [7–9]. Математическая теория катастроф – раздел математики, разработанный на базе математического моделирования необратимых процессов, разворачивающихся в необратимом физическом времени, включающий

в себя теорию бифуркаций дифференциальных уравнений (динамических систем) и теорию особенностей гладких отображений.

Одной из главных задач теории катастроф является получение так называемой нормальной формы исследуемого объекта (дифференциального уравнения или отображения) в окрестности «точки катастрофы» и построенная на этой основе классификация объектов.

Математическая теория катастроф нашла многочисленные применения в различных областях прикладной математики, физики, а также в экономике.

Для математического моделирования бифуркационных и автоволновых процессов можно использовать систему нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа, являющуюся базовым уравнением в синергетике.

5. Математические модели прогнозирования в распределенных финансовых системах с самоорганизованной критичностью

Для математического исследования автоволновых процессов в активных средах в настоящее время принято рассматривать системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа [10–14]

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} = F_i(E_1, \dots, E_n) + D_i \Delta E_i \quad (i = 1, \dots, n), \quad (1)$$

где E_i – переменные, F_i – нелинейные функции, D_i – коэффициенты диффузии, $\Delta E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$. Во многих исследованиях используется система из двух уравнений (1)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial t} &= F_1(E_1, E_2) + D_1 \Delta E_1, \\ \frac{\partial E_2}{\partial t} &= F_2(E_1, E_2) + D_2 \Delta E_2. \end{aligned}$$

Точечной системой для (1) является система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dE_i}{dt} = F_i(E_1, \dots, E_n) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (1)$$

Для исследования уравнений (1) и (2) в гетерогенных областях сложной геометрии был разработан метод сканирования.

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Используем математическую модель Фитцхью [15]

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= u_1 - \frac{u_1^3}{3} - u_2 + I, \\ \frac{du_2}{dt} &= \varepsilon(a - u_1 + bu_2), \end{aligned} \quad (3)$$

где I, a, b, ε – параметры: $a = 0.7, b = 0.8$. При $I = 0.14$ система является потенциально автоколебательной, при $I = 0.4$ уравнения описывают релаксационные колебания [15].

Для исследования конкуренции в распределенной системе используем математическую модель Фитцхью-Нагумо.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 - \frac{x_1^3}{3} - x_2 + I + D \Delta x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \varepsilon(a - x_1 + bx_2), \end{aligned} \quad (4)$$

где D – коэффициент диффузии, характеризующий движение денежных средств покупателей в двумерной рыночной среде.

Период релаксационных колебаний наиболее существенно зависит от величины параметра ε . С физической точки зрения величина периода характеризует полный период оборота денежных средств, используемых на закупку и продажу товара, заработную плату персонала, накладные расходы, прибыль. Более детально вопросы эконометрики были исследованы в работах профессора С.А. Айвазяна [16].

Для моделирования функционала, характеризующего эволюцию системы, можно использовать метод регрессионного анализа. Значения функционала в заданный момент времени $y_k = F(t_k)$ можно моделировать регрессионным уравнением

$$y_k = \sum_{i=0}^n a_i x_i,$$

где x_i – базовые индикаторы, a_i – коэффициенты пропорциональности. Используя результаты расчетов

на интервале $[t_1, t_2]$, полагая, что $t_k \in [t_1, t_2]$ можно получить зависимость эволюционного функционала от времени $y = F(t)$; $t_k \in [t_1, t_2]$. Полагаем, что точки бифуркации соответствуют превышению специфических пороговых значений. Если вид функции $y = F(t)$; $t_k \in [t_1, t_2]$ известен, в уравнении (4) $I = F(t)$.

6. Заключение

Предлагаемый метод прогнозирования финансовых временных рядов, основанный на учете бифуркаций при эволюции ряда и использовании систем нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа, являющихся базовыми уравнениями в синергетике, был исследован в вычислительном эксперименте. Данные вычислительного эксперимента показали перспективность использования предлагаемого метода для прогнозирования финансовых временных рядов.

Литература

1. Шарп У.Ф., Александер Г., Бэйли Дж.В. Инвестиции. – М.: Инфра-М, 1998. 1028 с.
2. Макаров В.Л., Бахтизин А.Р. Социальное моделирование – новый компьютерный прорыв (агент-ориентированные модели). – М.: Экономика, 2013. 295 с.
3. Корчагин Ю.А. Рынок ценных бумаг / Ю.А. Корчагин. – Ростов-на-Дону.: Феникс, 2007. 496 с.
4. Езов А.А., Шумский С.А. Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе. – М.: МИФИ, 1998. 222 с.
5. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды – Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. 320 с.
6. Бак Пер. Как работает природа. Теория самоорганизованной критичности. – М.: – URSS. 2013. 269 с.
7. Арнольд В.И. Теория катастроф – М.: Наука 1990. 128 с.

8. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и её приложения, — М.: Мир, 1980. 607 с.

9. Том Р. Структурная устойчивость и морфогенез. – М.: Логос, 2002. 280 с

10. Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. Введение в экономфизику. Статистические и динамические модели – М.: – Ижевск: Изд-во «РХД». 2007.

11. Твердислов В.А. Активная среда: от биофизики к экономике //Советский физик. №1 (20). 2001. С. 36–39.

12. Мазуров М.Е. Идентификация математических моделей нелинейных динамических систем – М.: – Ижевск. РХД. 2008. 284 с.

13. Мазуров М.Е. О конкурентной динамике в распределенных экономических системах. //«Экономика, статистика и информатика». Вестник УМО. №2. 2011. С. 191–195.

14. Мазуров М.Е., Калужный И.М. О методе сканирования при решении пограничных задач для нелинейных уравнений параболического типа в гетерогенных областях сложной формы//САИТ. Третья международная конференция «Системный анализ и информационные технологии» М. 2009. С. 419–424.

15. Fitz Hugh R. Mathematical models of excitation and propagation in nerve// In Schwan, H.P. (ed.) Bioelectronics. New York. McGraw-Hill. 1968.

16. Айвазян С.А. Методы эконометрики – М.: Экономист, 2010.

References

1. Sharp U.F., Alexander G., Bailey J.V. Investments. – M.: Infra-M, 1998. 1028 p.
2. Makarov V.L., Bakhtizin, A.R. Social modelling – a new computer breakthrough (agent-oriented models). – M.: Ekonomika. 2013. 295 p.
3. Korchagin Y.A. Securities market / Y.A. Korchagin. – Rostov-na-Donu.: Feniks, 2007. 496 p.

4. Ezhov A.A., Shumsky S. A. Neurocomputing and its applications in Economics and business. – M.: ME-PhI, 1998. 222 p.

5. Bezruchko B.P., Smirnov D.A. Mathematical modeling and chaotic time series – Saratov, «Kолledzh», 2005. 320 p.

6. Bak Per. How nature works. Theory of self-organized criticality. – M.: – URSS. 2013. 269 p.

7. Arnold V.I. Catastrophe Theory – M.: Nauka, 1990. 128 p.

8. Poston T., Stuart I. Catastrophe Theory and its applications – M.:Mir, 1980. 607 p.

9. Tom R. Structural stability and morphogenesis, – M.: Logos, 2002. 280 p.

10. Romanovsky M.U., Romanovsky U.M. Introduction econophysics. Statistical and dynamical model. – M.: – Izhvesk: «RHD». 2007.

11. Tverdislov V.A. An Active environment: from Biophysics to the economy // Sovetskij fizik. №1 (20). 2001. S. 36–39.

12. Mazurov M.E. Identification of mathematical models of nonlinear dynamic systems – M.: – Izhvesk. RHD. 2008. 284 p.

13. Mazurov M.E. About the competitive dynamics in distributed economic systems. //«Ekonomika, statistika i informatika». Vestnik UMO. №2. 2011. S. 191–195.

14. Mazurov M.E., Kalyuzhny I.M. About scanning method when solving boundary problems for nonlinear parabolic type equations in heterogeneous areas of the complex form// SAIT. Tretya mezhdunarodnaya konferenciya “Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii” M. 2009. S. 419–424.

15. Fitz Hugh R. Mathematical models of excitation and propagation in nerve// In Schwan, H.P. (ed.) Bioelectronics. New York. McGraw-Hill. 1968.

16. Ayvazyan S.A. Methods of econometrics – M.: Ekonomist, 2010.