

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СОЦИАЛЬНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 519.7, 330.42

Михаил Ефимович Мазуров,
д.ф.-м.н., проф. каф. Математики
Московского государственного уни-
верситета экономики, статистики и
информатики (МЭСИ)
Тел.: 8 (499) 242-87-88
Эл. почта: mazurov37@mail.ru

Рассмотрены методы социального и экономического моделирования с использованием агент-ориентированных моделей и систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа. Приведено обобщение математических моделей указанного типа на распределенные социальные и экономические системы. Одним из приложений агент-ориентированных методов является исследование развития социально-экономической системы России.

Ключевые слова: социальное моделирование, агент-ориентированные модели, распределенные экономические системы, математические модели конкурентной динамики, компьютерное моделирование

Michail E. Mazurov,
Dr. of Physico-mathematical Sciences,
Professor, the Department of Mathematics
Moscow state University of Economics,
statistics and Informatics (MESI)
Tel.: 8 (499) 242-87-88
E-mail: mazurov37@mail.ru

MODELLING OF DISTRIBUTED SOCIAL AND ECONOMIC SYSTEMS

Deals with the methods of social and economic modelling using the agent-oriented models and systems of nonlinear partial differential equations of parabolic type. Presented a synthesis of mathematical models of the specified type for distributed social and economic systems. One of the applications of agent-oriented methods of the research is the development of the socio-economic system of Russia.

Keywords: social modeling, agent-oriented models, distributed economic systems, mathematical models of the competitive dynamics, computer simulation

1. Агент-ориентированные математические модели в обществе

Эффективным методом социального моделирования является использование агент-ориентированных моделей. Агентами принято называть обучающиеся, адаптирующиеся к окружающей среде модули. Типичная блок-схема агента показана на рис. 1. Использование агентных моделей позволяет моделировать широкий круг социальных явлений [1].

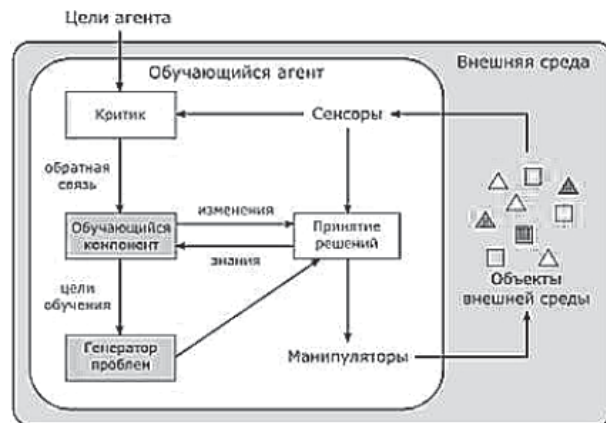


Рис. 1. Типичная блок-схема агента

Пример применения агент-ориентированной модели иллюстрируется рис. 2.



Рис. 2. Пример структуры агентной модели. Светлым и черным показаны агенты – индивидуальные объекты двух разных типов с локальными правилами поведения в среде обитания. Справа условно показана среда обитания

2. Распределенные экономические системы

Интерес к распределенной экономике, возникший сравнительно недавно, непрерывно возрастает и привлекает внимание известных экономистов. Из зарубежных экономистов отметим работы Нобелевского лауреата по экономике Пола Кругмана. Нобелевский лауреат по экономике Пол Кругман недавно выпустил книгу с амбициозным заголовком «Выход из кризиса есть» – очень странная наука. Она почти как искусство [2].

В современной системе экономических наук важно отметить становление «пространственной экономики» как более интегрированного научного направления по сравнению с «региональной экономикой» [3].

В практической и математической экономике известны два основных метода для исследования экономических процессов. Это: 1) статистический метод исследования; 2) метод динамических систем [4–7]. Первый основан на теории вероятности, математической статистике, статистической оптимизации. Второй основан на моделировании экономических процессов с

помощью динамических моделей и основан на использовании систем дифференциальных уравнений и их дискретных аналогов. Однако ни один из этих методов или оба вместе не охватывают один важный класс экономических процессов: конкуренцию, конкурентную динамику. Конкуренция и конкурентная динамика экономических процессов обусловлена тем, что экономическая среда является активной распределенной средой, с определенной спецификой, обусловленной свойствами экономических систем. В активной распределенной автоволновой среде конкурентные процессы являются характерным фундаментальным свойством. Начало исследованию конкурентных экономических процессов в активных автоволновых средах положено в работах проф. В.А. Твердислова в Московском Государственном Университете [8–9], фирм, отдельных участников рынка. Конкурентная динамика изучалась в работах проф. Д. С. Чернавского в ФИАНе [4].

Известные математические методы экономики не охватывают важный класс экономических процессов: конкуренцию, конкурентную динамику в условиях распределенной экономической среды.

3. Распределенные активные среды в экономических системах

В условиях реальной распределенной экономики распределенность экономической среды может оказывать существенное влияние на динамику конкурентных процессов и её результат.

Конкуренция и конкурентная динамика экономических процессов обусловлена тем, что распределенная экономическая среда является активной средой. Активная среда характеризуется распределенным в пространстве запасом энергии (ресурсом), ей свойственно формирование режимов: автоколебательных или потенциально-автоколебательных (в точечных системах), автоволновых (в распределенных), диссипативных структур или сложных хаотических режимов. Математические модели активных сред и механизм их создания описаны в работе [10–13].

Если рассматривать в качестве локальных процессов процессы добычи и переработки сырья (промышленное и сельскохозяйственное производство), торговую деятельность, в качестве процессов переноса – материальные потоки (перераспределение ресурсов в виде транспортных перевозок сырья и продуктов, миграции), информационные (власть, финансы), то экономическая среда, социальная система может быть названа активной средой, где могут появляться структурно разделенные зоны, контролируемые «водителями ритма». В процессе конкуренции за ресурсы сильные поглощают более слабых конкурентов подобно водителям ритма в химической активной среде.

Основными типами процессов в активных средах являются: автоволновые процессы; процессы образования диссипативных структур; хаотическая динамика. Конкурентная динамика свойственна для всех трех типов указанных процессов. С прикладной практической точки зрения наиболее существенны автоволновые процессы. Они могут отражать сегментацию рынка, сканирующее владение рынком. Процессы образования диссипативных структур могут отражать конкурентную динамику, развивающуюся взрывообразно и приводящую к кластерной организации.

4. Математические модели конкуренции в распределенных экономических системах

Для математического исследования автоволновых процессов в активных средах в настоящее время принято рассматривать системы

нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа [10–13]

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} = F_i(E_1, \dots, E_n) + D_i \Delta E_i \quad (i = 1, \dots, n), \quad (1)$$

где E_i – переменные, F_i – нелинейные функции, D_i – коэффициенты диффузии, $\Delta E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$. Во многих исследованиях используется система из двух уравнений (1) [10]

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} = F_1(E_1, E_2) + D_1 \Delta E_1,$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial t} = F_2(E_1, E_2) + D_2 \Delta E_2.$$

Точечной системой для (1) является система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dE_i}{dt} = F(E_1, \dots, E_n) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2)$$

Для исследования уравнений (1) и (2) в гетерогенных областях сложной геометрии был разработан метод сканирования. Для исследования конкурентной динамики, отображаемой автоволновыми процессами в активных средах, могут быть использованы виртуальные портреты, аналогично тому, как используются фазовые портреты для исследования конкуренции нелинейной динамики, описываемой системами нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Такие виртуальные портреты конкурентной динамики иллюстрируются рис. 3.

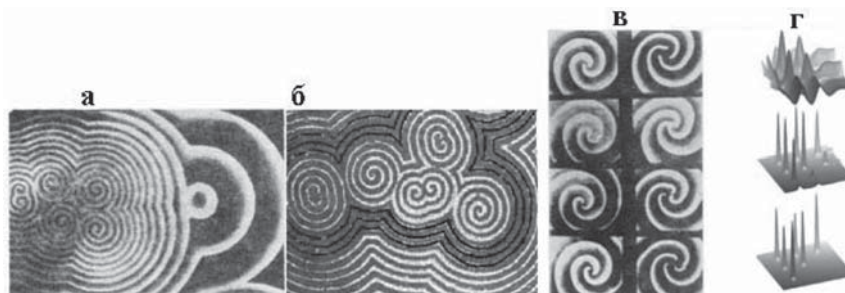


Рис. 3. Виртуальные портреты конкурентной динамики
а) подавление более слабого конкурента; б) сегментация в виде отдельных изолированных локальных областей; в) сканирующая конкуренция; г) взрывообразное образование отдельных кластеров

Известно, что конкуренция в активных средах может протекать по определенному небольшому числу сценариев: 1. Сегментация по окружающей экономического агента территории. 2. Сегментация в виде отдельных изолированных локальных областей. 3. Сканирующая конкуренция.

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Используем математическую модель Фитцхью-Нагумо [10]

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= u_1 - \frac{u_1^3}{3} - u_2 + I, \\ \frac{du_2}{dt} &= \varepsilon(a - u_1 + bu_2), \end{aligned} \quad (3)$$

где I, a, b, ε – параметры: $a = 0.7$, $b = 0.7$. При $I = 0.14$ система является потенциально автоколебательной, при $I = 0.4$ уравнения описывают релаксационные колебания [10]. Для исследования конкуренции в распределенной системе используем математическую модель Фитцхью-Нагумо.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 - \frac{x_1^3}{3} - x_2 + I + D\Delta x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \varepsilon(a - x_1 + bx_2), \end{aligned} \quad (4)$$

где D – коэффициент диффузии, характеризующий движение денежных средств покупателей в двумерной рыночной среде. Период релаксационных колебаний наиболее существенно зависит от величины параметра ε . С физической точки зрения величина периода характеризует полный период оборота денежных средств, используемых на закупку и продажу товара, заработную плату персонала, накладные расходы, прибыль. Более детально вопросы эконометрики были исследованы в работах профессора С.А. Айвазяна [14].

Исследование конкурентной динамики торговых предприятий малого и среднего бизнеса было рассмотрено в работах [11–13].

4. Обобщение метода социального моделирования. Математические модели для исследования автоволновых процессов

Для математического исследования автоволновых процессов в

активных средах в настоящее время принято рассматривать системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{ij}}{\partial t} &= F_{ij}(E_{1j}, \dots, E_{nj}) + D_{ij}\Delta E_{ij} \\ (i &= 1, \dots, n; j = 1, \dots, m), \end{aligned} \quad (5)$$

где E_i – переменные, F_i – нелинейные функции, D_i – коэффициенты диффузии, $\Delta E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$.

Во многих исследованиях используется система из двух уравнений (5)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{1j}}{\partial t} &= F_{1j}(E_{1j}, E_{2j}) + D_{1j}\Delta E_{1j}, \\ \frac{\partial E_{2j}}{\partial t} &= F_{2j}(E_{1j}, E_{2j}) + D_{2j}\Delta E_{2j}, \\ (j &= 1, \dots, m). \end{aligned}$$

Точечной системой для (5) является система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dE_i}{dt} = F(E_1, \dots, E_n) \quad (i = 1, \dots, n)$$

При наличии распределенного внешнего воздействия имеем уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{1j}}{\partial t} &= F_{1j}(E_{1j}, E_{2j}) + \\ &+ D_{1j}\Delta E_{1j} + f_{1j}(x, y, z, t), \\ \frac{\partial E_{2j}}{\partial t} &= F_{2j}(E_{1j}, E_{2j}) + \\ &+ D_{2j}\Delta E_{2j} + f_{2j}(x, y, z, t), \\ (j &= 1, \dots, m). \end{aligned}$$

где $f_{1j}(x, y, z, t), f_{2j}(x, y, z, t)$ – распределенные внешние воздействия.

В более сложном случае функции $f_{1j}(x, y, z, t), f_{2j}(x, y, z, t)$ – могут входить в качестве аргументов в функции F_{1j}, F_{2j} . При этом мы получаем уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{1j}}{\partial t} &= F_{1j}(E_{1j}, E_{2j}, f_{1j}) + D_{1j}\Delta E_{1j}, \\ \frac{\partial E_{2j}}{\partial t} &= F_{2j}(E_{1j}, E_{2j}, f_{2j}) + D_{2j}\Delta E_{2j}. \end{aligned}$$

5. Связи между элементами системы

К числу базовых характеристик любой системы относятся её

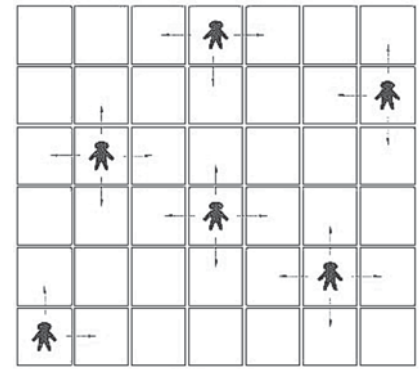


Рис. 4. Наличие связей между агентами произвольного вида

структура и связи элементов. Мы не будем обсуждать вопрос о выборе структуры системы. Отметим только, что выполнение одних и тех же функций может достигаться с помощью различных структур. Другой важнейшей характеристикой системы являются связи между элементами. Выбор типа этих связей является существенной и неоднозначной задачей.

Для процессов из совокупности сводных элементов можно использовать уравнение со связями. Наличие близких связей между агентами (в математике и физике такая связь называется диффузионной) схематически иллюстрируется рис. 4.

Математически систему связанных элементов можно описать уравнениями [11]

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{1j}}{\partial t} &= F_{1j}(E_{1j}, E_{2j}) + D_{1j}\Delta E_{1j} + \\ &+ R_{1j}(E_{1j}, E_{2j}) + f_{1j}(x, y, z, t), \\ \frac{\partial E_{2j}}{\partial t} &= F_{2j}(E_{1j}, E_{2j}) + D_{2j}\Delta E_{2j} + \\ &+ R_{2j}(E_{1j}, E_{2j}) + f_{2j}(x, y, z, t) \\ (j &= 1, \dots, m). \end{aligned}$$

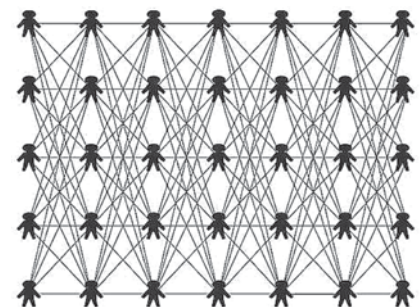


Рис. 5. Наличие связи между некоторыми агентами

где R_{1j}, R_{2j} ($j = 1, \dots, m$) – нелинейные функции.

На рис. 5 показана связь определенного агента с агентами из соседних рядов слева и справа.

В предположении линейности связи, что для прикладных задач наиболее можно использовать уравнение [11]

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{1j}}{\partial t} &= F_{1j}(E_{1j}, E_{2j}) + D_{1j} \Delta E_{1j} + \\ &+ \sum_{j=1}^m \alpha_{1j} E_{1j} + f_{1j}(x, y, z, t), \\ \frac{\partial E_{2j}}{\partial t} &= F_{2j}(E_{1j}, E_{2j}) + D_{2j} \Delta E_{2j} + \\ &+ \sum_{j=1}^m \alpha_{2j} E_{2j} + f_{2j}(x, y, z, t), \\ (j &= 1, \dots, m), \end{aligned}$$

где α_{1j}, α_{2j} ($j = 1, \dots, m$) – коэффициенты связи.

Если учитывать связь с ближайшими соседями, то такая связь называется диффузионной. Наличие диффузионной связи между агентами схематически иллюстрируется рис. 6. На рис. 6 показаны разнонаправленные связи между агентами. В прикладных задачах эти связи в общем случае могут быть различными. Если разнонаправленные связи являются одинаковыми по абсолютной величине, то такие связи принято называть симметрическими. В случае континуальной активной среды получим систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа (1).

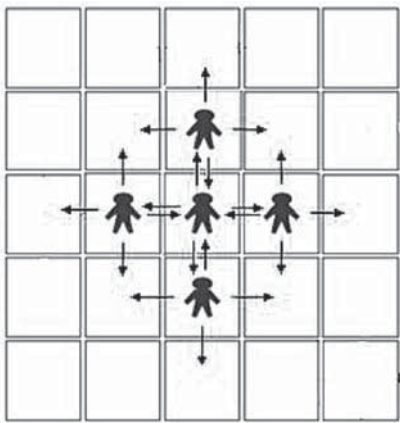


Рис. 6. Иллюстрация наличия диффузионной связи между агентами

Рассматриваемая система допускает эффективное управление своей работой. Следует отметить, что исследуемая задача управления вызывает значительные трудности и является в настоящее время предметом исследований. Уравнение управляемой системы согласно (5) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{1j}}{\partial t} &= F_{1j}(E_{1j}, E_{2j}, u_{1j}, u_{2j}) + \\ &+ D_{1j} \Delta E_{1j} + \sum_{j=1}^m \alpha_{1j} E_{1j} + f_{1j}(x, y, z, t), \\ \frac{\partial E_{2j}}{\partial t} &= F_{2j}(E_{1j}, E_{2j}, u_{1j}, u_{2j}) + \\ &+ D_{2j} \Delta E_{2j} + \sum_{j=1}^m \alpha_{2j} E_{2j} + f_{2j}(x, y, z, t), \\ (j &= 1, \dots, m), \end{aligned}$$

где $u_j = (u_{1j}, u_{2j})$ – управляющие воздействия в j -ом частичном элементе. Можно также рассматривать задачу оптимального управления. В этом случае следует ввести функционал, подлежащий исследованию на экстремум (минимум, максимум). Этот функционал можно представить в форме

$$\Phi = \int_{t_0}^{t_1} F(E_{11}, \dots, E_{1m}, E_{21}, \dots, E_{2m}, u_{11}, \dots, u_{1m}, u_{21}, \dots, u_{2m}) d\tau,$$

где $(E_{11}, \dots, E_{1m}, E_{21}, \dots, E_{2m})$ – вектор состояния, $(u_{11}, \dots, u_{1m}, u_{21}, \dots, u_{2m})$ – управление, t_0, t_1 – начальный и конечный моменты времени.

Задача оптимального управления заключается в нахождении функций состояния и управления для времени, которые минимизируют функционал.

Граничные условия могут быть любых типов Дирихле, Неймана, смешанные, свободные или нейтральные.

Как показали исследования для приближенного решения уравнения (1) целесообразно использование сеточного метода, называемого методом прямых в сочетании с методом сканирования [13].

В настоящее время появилось значительное количество прикладных задач, в которых требуется исследование автоволновых процессов в неоднородных гетерогенных областях со сложными границами. Про-

ведение вычислений в этом случае вызывает значительные технические трудности. Проведение вычислений в случае сложных границ области вызывает значительные технические трудности. Для преодоления этих трудностей был предложен метод, основанный на сканировании области с учетом её гетерогенности и сложных граничных условий, интегрированный с программной средой Matlab-7 и составляющий с ней единое целое.

6. Компьютерное моделирование развития России на 50 лет

Одним из приложений агент-ориентированных методов является исследование социально-экономической системы России. Такие исследования были проведены под руководством акад. Макарова В.Л.

На суперкомпьютере «Ломоносов» запустили модель, имитирующую развитие социально-экономической системы России на протяжении последующих 50 лет [1]. При расчете были смоделированы такие показатели, как изменение численности населения в отдельных регионах и стране в целом, динамика ВВП, объем инвестиций в производство, изменение добавленной стоимости экономики в целом и научно-инновационной отрасли. При разработке агентной модели, введены параметры агентов (это могут быть люди, компании, активы, проекты, транспортные средства, города и т.д.), помещены в некую окружающую среду и установлены возможные связи между ними, после чего запущено моделирование. Индивидуальное поведение каждого агента образует глобальное поведение моделируемой системы. Для построения модели социально-экономического развития России были использованы 100 млн. агентов. Данные, задействованные для моделирования, были получены от Федеральной службы государственной статистики и российского мониторинга экономического положения и здоровья населения.

Моделирование показало, что через 50 лет население северных территорий страны сократится, значительно сократится численность населения в Сибири и на Дальнем

Востоке. В южных регионах, напротив, ожидается прирост населения. Что касается ВВП, то согласно модели, этот показатель в целом вырастет. Масштабные социально-значимые модели разрабатывались пользователями в США, Германии и Швеции.

Литература

1. Макаров В.Л., Бахтизин А.Р. Социальное моделирование – новый компьютерный прорыв (агент-ориентированные модели) // М.: Экономика. 2013. 295 с.
2. Axelrod, Robert; Tesfatsion, Leigh. On-Line Guide for Newcomers to Agent-Based Modeling in the Social Sciences. <http://www.econ.iastate.edu/tesfatsi/abmread.htm> Tesfatsion, Leigh. Agent-Based Computational Economics. <http://www.econ.iastate.edu/tesfatsi/ace.htm>
3. Гранберг А. Г. Моделирование пространственного развития национальной и мировой экономики: эволюция подходов / А. Г. Гранберг // Экономика и социология. 2007. № 1. С. 87–107.
4. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербakov А.В. О проблемах физической экономики // УФН, 2002. № 9. С. 1045–1066.
5. Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. – М. – Ижевск: Изд-во «РХД». 2007.
6. Занг В.-Б. Синергетическая экономика: время и переменные в нелинейной экономической теории. – М.: Мир. 1999. 335 с.
7. Попков Ю.С. Макросистемные модели пространственной экономики. – М.: КомКнига, ин-т Системного Анализа РАН. 2008. 240 с.
8. Сидорова В.В., Твердислов В.А. Социальные системы с точки зрения биофизики. Самоорганизация в социальных системах. Физико-химические и биоэкологические

анalogии // Альманах центра общественных наук. ИТПК. 2003. Т. 3. № 27. С. 199–212.

9. Твердислов В.А. Активная среда: от биофизики к экономике // Советский физик. №1 (20). 2001. С. 36–39.
10. Fitz Hugh R. Mathematical models of excitation and propagation in nerve// In Schwan, H.P. (ed.) Bioelectronics. New York. McGraw-Hill. 1968.
11. Мазуров М. Е. Идентификация математических моделей нелинейных динамических систем // М.: – Ижевск. РХД. 2008. 284 с.
12. Мазуров М. Е. О конкурентной динамике в распределенных экономических системах // «Экономика, статистика и информатика». Вестник УМО. №2. 2011. С. 191–195.
13. Мазуров М.Е., Калюжный И.М. О методе сканирования при решении пограничных задач для нелинейных уравнений параболического типа в гетерогенных областях сложной формы//САИТ. Третья международная конференция «Системный анализ и информационные технологии» М. 2009. С. 419–424.
14. Айвазян С.А. Методы эконометрики. – М.: Экономист, 2010.

References

1. Makarov V.L., Bakhtizin, A.R. Social modelling – a new computer breakthrough (agent-oriented model) // M: Economics. 2013. 295 S.
2. Axelrod, Robert; Tesfatsion, Leigh. On-Line Guide for Newcomers to Agent-Based Modeling in the Social Sciences. <http://www.econ.iastate.edu/tesfatsi/abmread.htm> Tesfatsion, Leigh. Agent-Based Computational Economics. <http://www.econ.iastate.edu/tesfatsi/ace.htm>
3. A. Granberg, Modeling of spatial development of national and world economy: evolution of approaches / A. G. Granberg // Economics and sociology. 2007. № 1. С. 87–107.
4. D.S. Chernavskii, Starkov n I, Shcherbakov, A.V. ON some problems of physical Economics//UFN, 2002. № 9. С. 1045–1066.
5. Romanovsky, M.U, Romanovsky U.M. Introduction econophysic. Statistical and dynamical model – M- Izhevsk: Publishing house «RCD». 2007.
6. Zhang Century-B. Synergetic Economics: time and change in nonlinear Economics – M.: Mir. 1999. 335 С.
7. Popkov U.S. Macrosystem model of spatial Economics – M: Komkniga, Institute of systems Analysis of RAS. 2008. 240 S.
8. Sidorov V.V., Tverdislov V.A. Social systems in terms of Biophysics. Self-organization in social systems. Physico-chemical and bioecological analogy Almanac center of social Sciences. ИТПК. 2003. So 3. № 27. With 199–212.
9. Tverdislov V.A. an Active environment: from Biophysics to the economy //Soviet physicist. №1 (20). 2001. С. 36–39.
10. Fitz Hugh R. Mathematical models of excitation and propagation in nerve// In Schwan, H.P. (ed.) Bioelectronics. New York. McGraw-Hill. 1968.
11. Mazurov M. E. Identification of mathematical models of nonlinear dynamic systems// M: – Izhevsk. The RCD. 2008. 284 С.
12. Mazurov M. E. About the competitive dynamics in distributed economic systems.// «Economics, statistics and Informatics». Bulletin of EMA. №2. 2011. С. 191–195.
13. Mazurov M.E., Kalyuzhny I.M. ABOUT scanning method when solving boundary problems for nonlinear parabolic type equations in heterogeneous areas of the complex form//SAIT. The third international conference «System analysis and informational technologies» M. 2009. С. 419–424.
14. Ayvazyan S.A. Methods of econometrics. – M: Economist, 2010.

4. D.S. Chernavskii, Starkov n I, Shcherbakov, A.V. ON some problems of physical Economics//UFN, 2002. № 9. С. 1045–1066.

5. Romanovsky, M.U, Romanovsky U.M. Introduction econophysic. Statistical and dynamical model – M- Izhevsk: Publishing house «RCD». 2007.

6. Zhang Century-B. Synergetic Economics: time and change in nonlinear Economics – M.: Mir. 1999. 335 С.

7. Popkov U.S. Macrosystem model of spatial Economics – M: Komkniga, Institute of systems Analysis of RAS. 2008. 240 S.

8. Sidorov V.V., Tverdislov V.A. Social systems in terms of Biophysics. Self-organization in social systems. Physico-chemical and bioecological analogy Almanac center of social Sciences. ИТПК. 2003. So 3. № 27. With 199–212.

9. Tverdislov V.A. an Active environment: from Biophysics to the economy //Soviet physicist. №1 (20). 2001. С. 36–39.

10. Fitz Hugh R. Mathematical models of excitation and propagation in nerve// In Schwan, H.P. (ed.) Bioelectronics. New York. McGraw-Hill. 1968.

11. Mazurov M. E. Identification of mathematical models of nonlinear dynamic systems// M: – Izhevsk. The RCD. 2008. 284 С.

12. Mazurov M. E. About the competitive dynamics in distributed economic systems.// «Economics, statistics and Informatics». Bulletin of EMA. №2. 2011. С. 191–195.

13. Mazurov M.E., Kalyuzhny I.M. ABOUT scanning method when solving boundary problems for nonlinear parabolic type equations in heterogeneous areas of the complex form//SAIT. The third international conference «System analysis and informational technologies» M. 2009. С. 419–424.

14. Ayvazyan S.A. Methods of econometrics. – M: Economist, 2010.