МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЛИМИТОМ КРЕДИТОВАНИЯ ПРИ ЗАДАННОМ УРОВНЕ ПОТЕРЬ

УДК 336.77

Елена Геннадьевна Снегова,
аспирант каф. Прикладной математики, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики (МЭСИ)
Тел.: 8 (916) 367-30-79
Эл. почта: SnegovaLena@yandex.ru

В статье представлена разработанная автором модель управления лимитом кредитования при заданном уровне потерь. Используя данную модель, возможно увеличить прибыльность банка по продукту для случая экспресс-кредитов, выдаваемых в виде кредитных карт. Автором предложен способ моделирования функции утилизации кредитного лимита и доказана его применимость. Сформулирована и решена задача нахождения оптимального кредитного лимита для заемщика.

Ключевые слова: экспресс-кредит, кредитная карта, кредитный лимит, утилизация лимита, управление лимитом кредитования.

Elena G. Snegova,
Post-graduate student, the Department of Applied Mathematics, Moscow State University of Economics, Statistics and Informatics (MESI)
Tel.: 8 (916) 367-30-79
E-mail: SnegovaLena@yandex.ru

CREDIT MANAGEMENT MODEL WITH A GIVEN LOSS RATE

This article describes the credit limit model with a given loss rate. Applying this model, it is possible to increase the profitability of the bank's product in the case of fast loans issued in the form of credit cards. Author offers a method for simulating of credit limit utilization functions. It is formulated and solved the problem of finding the optimal credit limit for the borrower.

Keywords: fast loan, credit card, credit limit, limit utilization, management of the credit limit.

1. Введение

Рассмотрим частный случай экспресс-кредита, выдаваемого в виде кредитных карт. В ходе жизни кредитной карты часть клиентов не пользуется кредитным лимитом, другая часть использует лимит (полностью или частично). Банку необходимо управлять данным кредитным портфелем: предлагать повысить кредитный лимит «хорошим» заемщикам и отказывать в повышении лимита «плохим» заемщикам. При этом банку выгоднее, чтобы заемщики использовали кредитный лимит. Прибыльность банка по продукту напрямую зависит от утилизации заемщиками кредитного лимита по карте. Для прогноза прибыльности в будущий период, для своевременной корректировки стратегии работы с продуктом, для маркетинговых кампаний по повышению лимитов кредитования и других важных для банка задач необходимо уметь моделировать функцию утилизации кредитного лимита.

2. Моделирование функции утилизации кредитного лимита

Утилизацией кредитного лимита в работе будем называть долю использованного лимита от максимальной величины лимита по данной карте на определенный момент времени. Дадим формальное определение функции утилизации

$$u_i(t) = \frac{lim_i(t)}{lim_{imax}(t)}, \tag{1}$$

где $lim_i(t)$ – израсходованный лимит в момент времени t,
$lim_{imax}(t)$ – максимально возможный лимит по карте для данного заемщика i в момент времени t. Очевидно, что $0 \le u_i(t) \le 1$; $u_i(t) = 0$ означает, что клиент не пользовался лимитом; $u_i(t) = 1$ означает, что клиент воспользовался всем предоставленным ему лимитом.

Построим модель для функции утилизации $u_i(t)$. Для построения модели бралась выборка по продукту экспресс-кредит (банковская карта), период исследования утилизации составил полгода. Количество исследованных карт – 280952 штуки. На рисунке 1 представлена плотность распределения утилизации на фиксированный момент времени t_0.

Из рисунка 1 можно сделать вывод, что есть две большие категории клиентов, которые или совсем не пользуются лимитом (т.е. используют кредитную карту как

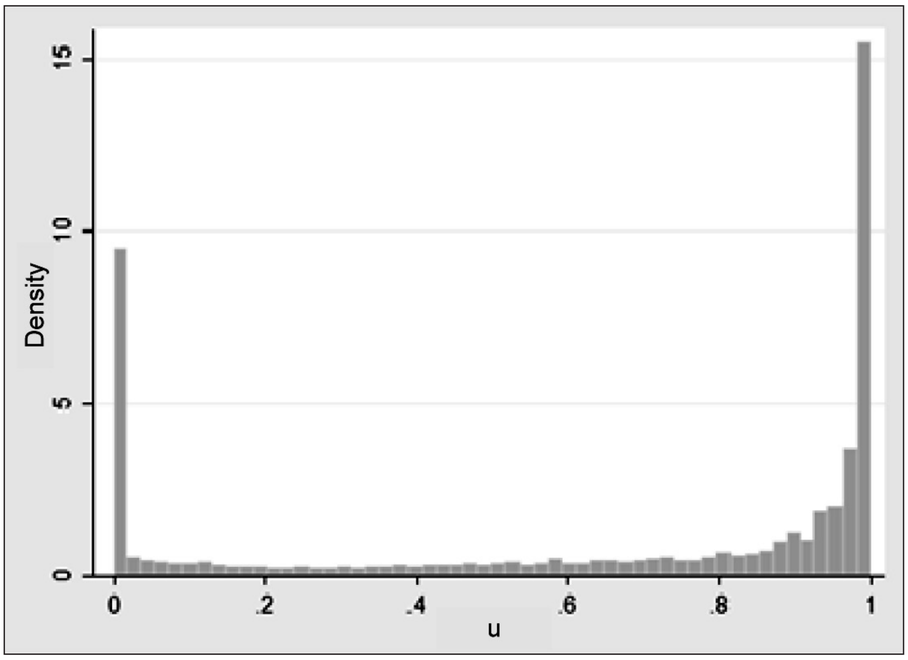

Рис. 1. Плотность распределения утилизации

обычную расчетную карту, оперируя исключительно своими средствами), или используют лимит полностью. Достаточно много клиентов, для которых утилизация близка к 1. В качестве вывода по устройству распределения функции утилизации отметим тот факт, что большая часть клиентов пользуется кредитным лимитом.

Обратим внимание на форму графика, представленного на рисунке 1. Плотность распределения функции утилизации напоминает плотность бета-распределения. Проверим эту гипотезу, проведя соответствующий статистический тест при помощи аналитического инструмента Statistica. Тест подтвердил правильность предположения: исследуемая функция $u(t)$ имеет бета-распределение с параметрами $u(t) \sim B(0{,}271678;\ 0{,}216245)$.

Для моделирования функции $u(t)$ будем использовать авторегрессию, основываясь на предположении, что утилизация кредитного лимита за последующий период времени зависит от утилизации лимита за предыдущие моменты времени. Для моделирования авторегрессии лучше всего подходит линейная регрессия, коэффициенты которой находятся с помощью метода OLS (метода наименьших квадратов), который применим только для нормального распределения.

В работе [7] рассматривается следующий метод: путем логит преобразования можно свести бета-распределение к нормальному. Отбросив экстремальные значения, совершим логит-преобразование с функцией $u(t)$, чтобы свести эту функцию к нормально распределенной величине: $\overline{u_i(t)} = \ln\dfrac{u(t)}{1-u(t)}$. Плотность распределения полученной функции $u_i(t)$ представлена на рисунке 2.

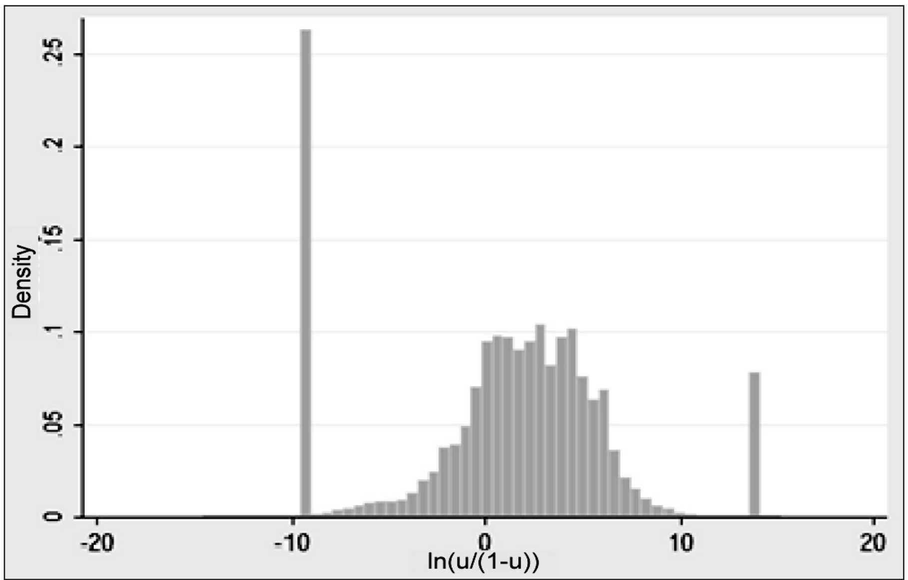

Рис. 2. Плотность распределения логита функции утилизации

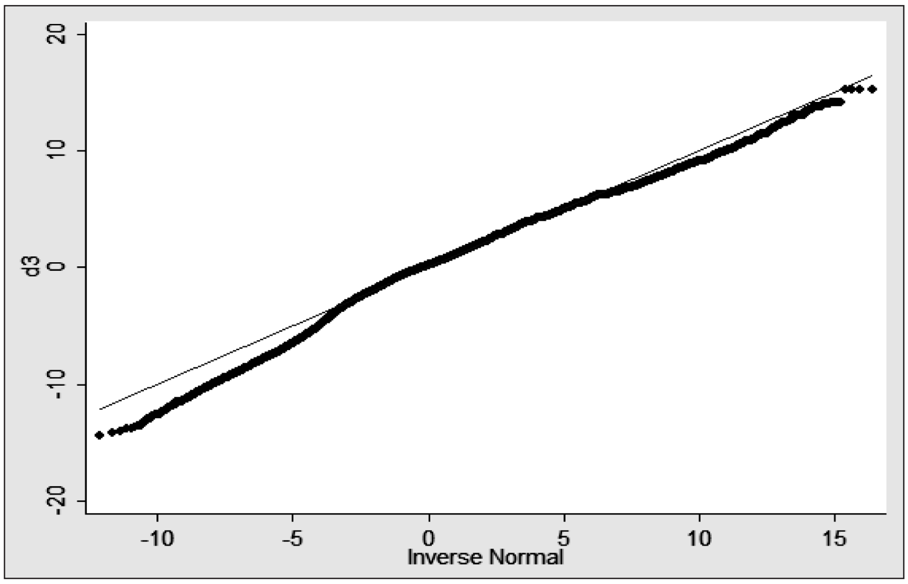

Рис. 3. Тест на нормальность логита утилизации

При отбрасывании крайних значений распределение можно считать нормальным, что подтверждает соответствующий статистический тест. Тест на нормальность функции $u_i(t)$ за исключением крайних значений приведен на рисунке 3.

Для увеличения точности модели добавим в число объясняющих факторов дамми-переменные (или фиктивные переменные), которые вводятся в регрессию для того, чтобы показать присутствие или отсутствие какой-либо характеристики. В нашем случае необходимо ввести такие фиктивные переменные, которые правильным образом работают с экстремальными значениями («хвостами») и дамми-переменную, указывающую на факт повышения лимита. Последняя переменная необходима для правильной интерпретации скачкообразного поведения утилизации при повышении лимита: та часть клиентов, которые используют не весь лимит, а только необходимую им сумму, при повышении лимита не будут сразу использовать дополнительную возможность, поэтому их утилизация претерпит скачкообразное изменение.

Пусть есть конечное число моментов времени t_j, $j = 1, \ldots, H$, в которые велось наблюдение утилизации по всем кредитам. В рамках исследования наблюдение утилизации велось один раз в месяц в течение полугода ($H = 6$). Моделируем следующую функцию на момент времени T:

$$\overline{u_i(T)} = \sum_{t_j<T}(a_j \cdot u_i(t_j)) + \sum_{t_j<T}(b_j \cdot D_{ij}^1) + \sum_{t_j<T}(c_j \cdot D_{ij}^2) + \sum_{t_j<T}(d_j \cdot D_{ij}^3) + e, \quad (2)$$

где a_j, b_j, c_j, d_j, e – коэффициенты регрессии, $D_{ij}^1, D_{ij}^2, D_{ij}^3$ - дамми-переменные:

$$D_{ij}^1 = \begin{cases} 1, u_i(t_j) = 1 \\ 0, u_i(t_j) \neq 1 \end{cases}, \quad D_{ij}^2 = \begin{cases} 1, u_i(t_j) = 0 \\ 0, u_i(t_j) \neq 0 \end{cases},$$

$$D_{ij}^3 = \begin{cases} 1, \text{повышался } \lim_{i\max}(t_j) \\ 0, \text{иначе} \end{cases}.$$

Коэффициенты данной регрессии на исследуемой выборке были рассчитанны в статистическом пакете Statistica. Прогноз плотности распределения функции утилизации $u(t)$ представлен на рисунке 4.

Полученный прогноз подтверждается практическими наблюдениями. Также как и в момент наблюдения t_0, в момент времени T есть большая доля людей, для которых $u(T) = 1$ или $u(T) = 0$. Однако эта доля сократилась, и тому есть экономическое обоснование и практическое подтверждение. После увеличения возможностей по карте, часть клиентов стала пользоваться лимитом (около 2%), т.е. перешла из категории $u(T) = 0$ в категорию $u(T) > 0$. Часть клиентов перешла из категории $u(T) = 1$ в категорию $u(T) < 1$(около 5%), поскольку большая сумма кредитного лимита им не понадобилась.

Построенный прогноз для функции утилизации позволяет решать важные для банка задачи, в частности, задачу по управлению лимитом, речь о которой пойдет в следующем разделе.

3. Модель управления лимитом кредитования при заданном уровне потерь

Рассмотрим частный случай экспресс-кредита, выдаваемого в виде кредитных карт. Поскольку при экспресс-кредите время проверки клиента ограничено, то решение о выдаче кредитной карты и рассчитанный лимит основывались на оценке клиента, которая была сделана в автоматическом режиме. Однако в ходе жизни кредитной карты, клиент может зарекомендовать себя добросовестным плательщиком, в то время как ему был одобрен изначально небольшой лимит. И наоборот, клиент, которому была оказана высокая степень доверия, например, в виде пониженной процентной ставки по кредиту или максимальной суммой лимита, не оправдал ее.

Если банк сможет управлять данным кредитным портфелем: повышать кредитный лимит хорошо зарекомендовавшим себя заемщикам и отказывать в повышении лимита ненадежным заемщикам, то таким образом может быть повышена прибыльность продукта. При этом банку выгоднее повышать лимит тем заемщикам, которые пользуются лимитом, но возвращают деньги в срок, чем тем, которые не пользуются кредитным лимитом.

Вероятность выхода в просроченную задолженность на момент времени T определена на этапе принятия решения по заявке и составляет p_i для i-того кредитного заявления.

Пусть имеется кредитный портфель, состоящий из N кредитных карт. Зададим p_{max} – максимально допустимую долю дефолтных договоров в кредитном портфеле, L – сумма, которой располагает банк для повышения лимитов, lim_{max} – максимально возможный лимит по данному продукту. Задача управления лимитом состоит в том, чтобы максимизировать использование кредитного лимита на момент времени T, т.е. для каждого заемщика i найти новые значения лимитов lim'_{imax}, которые есть решение следующей оптимизационной задачи:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} u_i(T) \cdot lim'_{imax}(T) \to \max \\ lim_{i\max}(T) \le lim'_{imax}(T) \le lim_{\max}, \forall i \\ \sum_{i=1}^{N} p_i(T) \cdot lim'_{imax}(T) \le p_{max} \cdot \sum_{i=1}^{N} lim'_{imax}(T) \\ \sum_{i=1}^{N} lim'_{imax}(T) - \sum_{i=1}^{N} lim_{i\max}(T) \le L \end{cases} . \quad (3)$$

Для решения поставленной задачи в предыдущем разделе была построена модель для функции утилизации $u_i(T)$. После этого оптимизационная задача (3) сводится к известной задаче «о ранце» (англ. Knapsack problem) в целочисленном программировании, которая может быть решена одним из известных алгоритмов [3]. С методами решения данной задачи можно ознакомиться в работах [5], [6].

4. Применение методов решения задачи «о ранце» к решению поставленной оптимизационной задачи

Такое название задача получила от задачи укладки как можно большего числа нужных вещей в рюкзак при условии, что общий объём (или вес) всех предметов ограничен. Подобные задачи часто возникают в экономике, криптографии, генетике и логистике для нахождения оптимальной загрузки транспорта или склада [1], [4].

Итак, задача о ранце задается следующей системой:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} v_i \cdot x_i \to \max \\ 0 \le x_i \le m_i, \forall i = (1..N), x_i - \text{целое} \\ \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot x_i \le W \\ \sum_{i=1}^{N} x_i \le K \end{cases} , \quad (4)$$

где N – количество видов предметов,
w_i – масса i-того предмета,
v_i – полезность,
K – ограничение по количеству предметов,
W – вместимость ранца.

Сформулированная задача управления лимитом (3) сводится к задаче (4) следующим образом: поскольку величина повышения лимита – дискретная величина, то зафиксируем минимальную величину повышения лимита g и скажем, что все повышения лимита возможны на величину, кратную g. Таким образом, имеем N видов предметов (кредитов), каждый из которых можем взять несколько раз или не брать совсем (эквивалентно количеству g минимальных величин, на которые повышен лимит): $lim'_{imax}(T) = lim_{i\max}(T) + x_i \cdot g$, где x_i ограничено максимальным возможным лимитом.

Таким образом, обозначив $u_i(t) \cdot g = v_i$, получаем целевую функцию

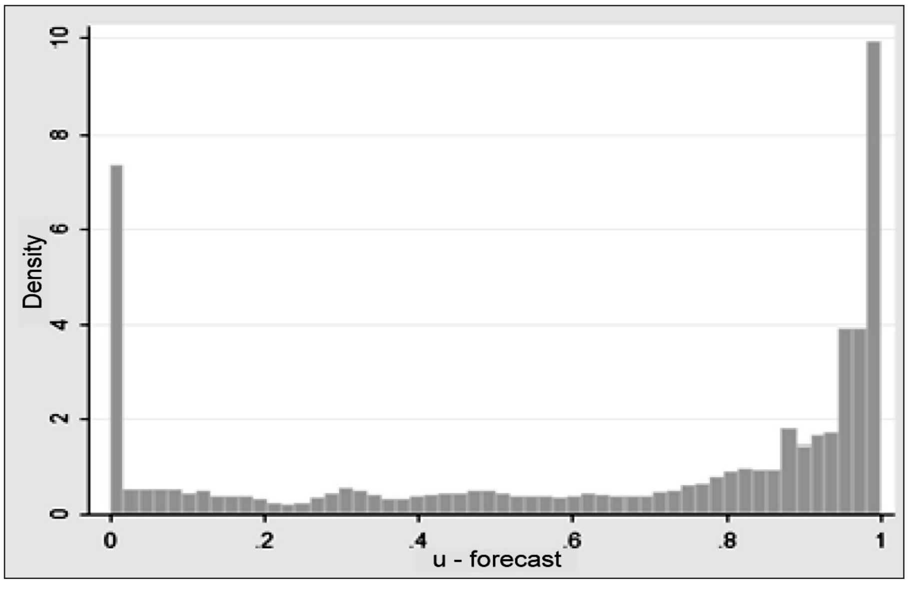

Рис. 4. Прогноз плотности распределения утилизации

$\sum_{i=1}^{N} v_i \cdot x_i$. Аналогичным образом преобразуются ограничения.

После того, как были найдены необходимые коэффициенты v_i, w_i для решения задачи «о ранце» был выбран «жадный алгоритм» [2], заключающийся в принятии локально оптимальных решений на каждом этапе, допуская. Выбор был сделан в пользу этого алгоритма, находящего приближенное решение по двум причинам:

1) Поскольку количество N слишком велико (в нашем случае – это сотни тысяч заявок), то применение точных алгоритмов, таких как метод ветвей и границ и построение всех возможных сетей в динамическом программировании, представляется невозможным в силу вычислительной сложности;

2) Для поставленной задачи (3) важно выработать стратегию, повышающую прибыльность и не ухудшающую качество кредитного портфеля в целом. Если алгоритм даст не оптимальное решение, но удовлетворяющее остальным условиям задачи, это решение нас вполне устроит.

Суть «жадного» алгоритма заключается в том, что вначале предметы упорядочиваются по «удельной стоимости» (стоимости деленной на вес), выбирается максимально удельно дорогой предмет, этим предметом заполняется рюкзак по максимуму. Далее рюкзак продолжаем наполнять наиболее «удельно-дорогими» предметами, пока они влезают.

5. Заключение

Посмотрим в динамике на изменение кредитного портфеля для поколения кредитных карт, для которых применим разработанную модель управления лимитами при заданном уровне потерь (рисунок 5). Поколением выдач будем называть совокупность кредитных заявок, выдача кредитных карт по которым произошла в выбранном месяце.

В апреле 2013 года по разработанной методике управления лимитами общая сумма кредита была увеличена на 45%. При этом просроченная задолженность в процентном соотношении снизилась по сравнению с предыдущими периодами: в январе 2013 года просроченная задолженность составляла 26%, в феврале – 32%, в марте – 33%, в апреле – 25%. Использование лимита в апреле 2013 в процентном соотношении от общей суммы кредитного лимита снизилось до 43% (в марте использование лимита составило 51%), однако в абсолютном значении выросло на 25% по сравнению с предыдущим месяцем, что составляет прямую прибыль банка по продукту. Маржа между использованным лимитом и просроченной задолженностью увеличилась, что свидетельствует о том, что продукт стал более прибыльным. Таким образом, задача по увеличению объема кредитного портфеля при снижении доли просроченной задолженности успешно решена.

В качестве дополнительного практического применения данной модели следует отметить стратегию одобрения экспресс-кредитных карт. В случае, если клиент в результате скоринговой оценки набрал не очень высокий балл, банк может выдать ему минимально возможный лимит и далее наблюдать за поведением клиента. В случае если заемщик окажется надежным, сумма лимита может быть повышена. Для ненадежных заемщиков потери банка будут минимальны. При этом банк получает очень важное преимущество: получена дополнительная статистика поведения клиентов, скоринговый балл которых находился в районе порога отсечения, т.е. обновив скоринговую карту на данном поколении, банк сможет намного лучше работать с «серой» зоной.

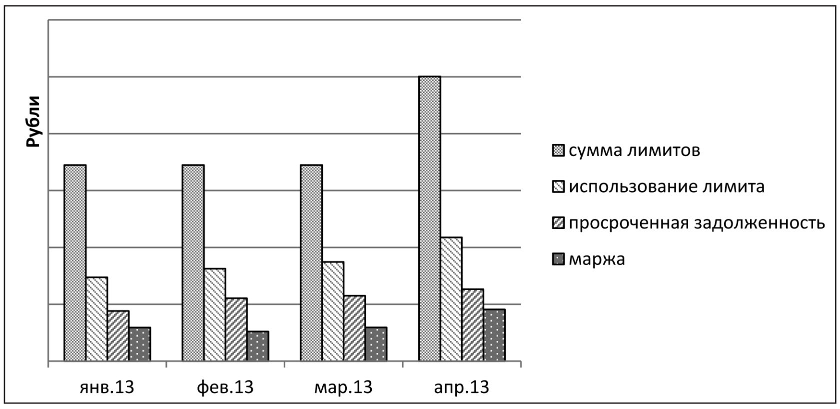

Рис. 5. Изменение лимита по кредитным картам

Литература

1. Горемыкина Г.И., Ляшко М.А. Введение в линейное программирование: учебное пособие. — Балашов: Николаев, 2011. — 132 с.

2. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ / Под ред. И. В. Красикова. – 2-е изд. – М.: Вильямс, 2005. – 1296 с.

3. Левитин А.В. Алгоритмы: введение в разработку и анализ. – М.: Вильямс, 2006.

4. Мастяева И.Н., Семенихина О.Н. Методы оптимизации: учебное пособие. – М.: ЕАОИ, 2011. – 424 с.

5. Martelo S., Toth P. Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations / Wiley, Chichester, England, 1990. – 306 с.

6. Pisinger D. Algorithms for knapsack problems / Dept. of Computer Science, University of Copenhagen, Denmark. Ph.D. thesis, February 1995.

7. Smithson M., Verkuilen J. A better lemon squeezer? Maximum-likelihood regression with beta-distributed dependent variables. / Psychological Methods, 2006, Том 11, №1, с. 54–71.

References

1. Goremykina G.I., Ljashko M.A. Introduction to linear programming: a training manual. – Balashov: Nikolaev, 2011. – 132 p.

2. Corman T., Leiserson C., Rivest R., Stein K. Algorithms: construction and analysis / ed. Krasikova I.V. — 2nd ed. – M.: Williams, 2005. – 1296 p.

3. Levitin A.V. Introduction to Algorithms. – M.: Williams, 2006.

4. Mastyaeva I.N., Semenikhina O.N. Optimization Methods: a training manual. – M.: EAOI, 2011. – 424 p.

5. Martelo S., Toth P. Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations / Wiley, Chichester, England, 1990. – 306 p.

6. Pisinger D. Algorithms for knapsack problems / Dept. of Computer Science, University of Copenhagen, Denmark. Ph.D. thesis, February 1995.

7. Smithson M., Verkuilen J. A better lemon squeezer? Maximum-likelihood regression with beta-distributed dependent variables. / Psychological Methods, 2006, Vol. 11, No.1, p. 54–71.