О ВЫРАВНИВАНИИ ЦЕН НА ФАКТОРЫ ПРОИЗВОДСТВА В ОТДЕЛЬНЫХ ГРУППАХ СТРАН-УЧАСТНИЦ МЕЖДУНАРОДНОЙ ТОРГОВЛИ

УДК 339.5.018.62

Михаил Алексеевич Севодин,
к.ф.-м.н., доц., преподаватель кафедры Прикладной математики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ)
Тел.: 8 (342) 219-83-40
Эл. почта: m.sevodin@mail.ru

Игорь Николаевич Политов,
студент кафедры Прикладной математики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ)
Тел.: 8 (982) 438-86-36
Эл. почта: igor_politov90@mail.ru

Выдвинута гипотеза о справедливости теоремы о выравнивании цен на факторы производства в отдельных группах стран-участниц международной торговли. Построены математические модели для оценок количества и границ кластеров. Дано статистическое подтверждение.

Ключевые слова: цены, факторы производства, отображение, международная торговля, взаимная однозначность.

Mikhail A. Sevodin,
PhD in Physical and Economic Science, Associate Professor, Lecturer, the Department of Applied Mathematics, Perm National Research Polytechnic University (PNPRU)
Tel.: 8 (342) 219-83-40
E-mail: m.sevodin@mail.ru

Igor N. Politov,
Student, the Department of Applied Mathematics, Perm National Research Polytechnic University (PNPRU)
Tel.: 8 (982) 438-86-36
E-mail: igor_politov90@mail.ru

ABOUT THE PRICES EQUALIZATION ON THE PRODUCTION FACTORS IN SEPARATE GROUPS OF PARTICIPATING COUNTRIES IN THE INTERNATIONAL TRADE

The hypothesis of justice of the theorem of on equation of prices on production factors within separate groups of countries participating in the international trade is put forward. Mathematical models for estimations of the quantity and boundaries of clusters are constructed. The statistical proof is given.

Keywords: prices, production factors, mapping, international trade, one-oneness.

1. Введение

В теории международной торговли известно [1] утверждение Хекшера-Олина: страна экспортирует товары, для производства которых интенсивно используется ее относительно избыточные факторы производства, и импортирует товары, для производства которых существует относительный недостаток факторов производства. На основании работ Хекшера-Олина была выдвинута гипотеза Самуэльсона [2] о выравнивании цен на факторы производства в различных странах мира в условиях международной торговли.

Рядом экономистов были произведены эмпирические проверки [3], [4], которые частично опровергали суждения Хекшера-Олина и соотвественно гипотезу Самуэльсона. Результатом этих и других работ подобного плана явилось то, что на сегодняшний день названные выше гипотезы считаются частично или полностью невыполнимыми (см., напр., [1], [5]).

В данной работе предлагается рассматривать гипотезы Хекшера-Олина и Самуэльсона не во всех странах (участниц мировой торговли) сразу, а в отдельных, специально подобранных для этого, группах стран. Отметим, что этот прием далеко не нов, и широко используется в различных областях экономики. Более того, в теории международной торговли (см., напр., [1], [6]) принято сразу разбивать страны на группы: имеющие сравнительные преимущества и абсолютно одинаковые. В настоящей работе предлагается более детальная кластеризация стран. Цель статьи – показать, что применение такой кластеризации стран может быть успешным. В первой части работы устанавливается, что разбиение по статистическим данным стран на группы с учетом пропорций факторов возможно осуществить. Во второй части доказывается, что математические модели, предложенные Самуэльсоном для обоснования ТВЦФ, могут быть использованы и в случае предлагаемого в данной работе подхода.

2. Статистическое подтверждение гипотезы

Как уже было сказано, в работе выдвигается следующая гипотеза: существует такое разбиение стран-участниц мировой торговли на группы, что утверждения ТВЦФ справедливы для каждой группы отдельно.

Для проверки выдвинутой гипотезы рассмотрим статистические данные выборки из 46 стран по средней относительной заработной плате (зарплаты берутся в процентном соотношении к зарплате в США) и реальным процентным ставкам (ставка центрального страны банка за вычетом инфляции).

Воспользуемся пакетом программ STATISTICA 7.0 [7]. Так как нет информации о том, что какой-то признак более важен для классификации, чем остальные, то различия по каждому признаку следует учитывать в равной степени. В такой ситуации в качестве метрики рекомендуется брать евклидовое расстояние и использовать для кластеризации метод Уорда. Результаты проведенной таким образом иерархической классификации приведем в виде дендограммы, показывающей разбиение стран на кластеры (рис. 1).

Из рисунка видно, что страны разделились на 5 групп-кластеров. Так, например, в один из кластеров попали следующие страны: Греция, Испания, Италия, Канада, Кипр.

Итак, исходные данные показали, что разделение на кластеры может быть произведено. При этом цена факторов в данных классах близка по значению.

Отметим, что кластеризация стран-участниц международной торговли не противоречит классическим принципам понимания международного товарного обмена (см., напр., [1]). По прежнему торговля между странами и выигрыш стран от торговли тем выше, чем сильнее отличаются страны своими фактороемкостями. Это отличие обеспечивается в основном разницей стран в технологиях (модель Рикардо [1]) и разницей в относительной обеспеченности стран факторами производства (модель Хекшера-Олина [1]), и это отличие объясняет заинтересованность в товарообмене стран, находящихся в разных кластерах. Выигрыш

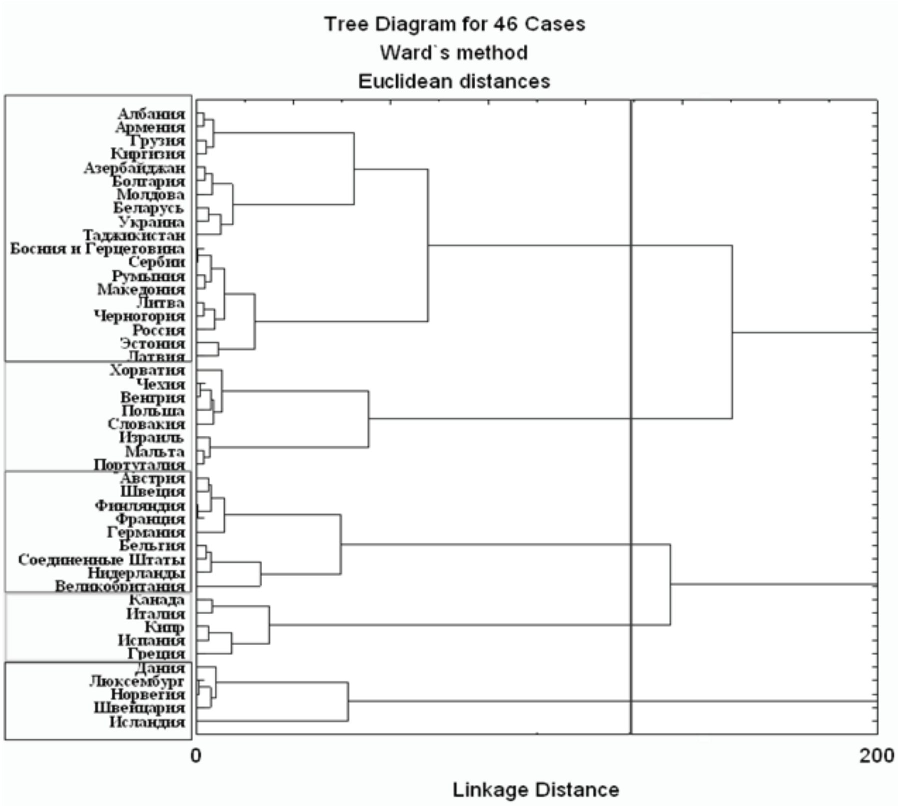

Рис. 1. Дендограмма

от участия в торговле между странами из разных кластеров обеспечивается специализацией страны на производстве тех товаров, по которым страна имеет сравнительное преимущество. Возникновение торговли между абсолютно одинаковыми странами (между странами из одного кластера) является не обязательно следствием сравнительных преимуществ. Причиной в этом случае может быть прежде всего экономия на масштабе (модель Кругмана [1], [6]), которая выражается в снижении затрат на единицу продукта по мере роста объемов выпуска. Экономия на масштабе способна вызвать торговый обмен между странами и при отсутствии различий в технологиях и ресурсах. Таким образом, известные механизмы торговли, предложенные в классических моделях, действуют и с учетом кластеризации стран, обеспечивая выигрыш от международного обмена.

3. Математическая модель, приводящая к кластеризации стран

Для описания модели, в которой учитывается кластеризация стран, воспользуемся известными построениями Самуэльсона [2]. Приведем условия, выполнение которых подразумевается в дальнейших рассуждениях. Предположим, что конкуренция среди производителей товаров в некоторой стране, участвующей в международной торговле, обеспечивает равенство цены каждого товара издержкам его производства. Издержки производства конкретного товара зависят от цен на факторы производства. Таким образом, можно говорить о том, что существует прямая зависимость между ценами на товары и ценами, участвующих в их производстве факторами. Эту зависимость принято называть функцией издержек.

Предположим, что количество факторов производства совпадает с количеством производимых продуктов и равно n, причем факторы полностью подвижны внутри страны и совершенно неподвижны между странами, а все товары производятся в условиях постоянной эффективности при изменяющемся масштабе производства. Предполагая одинаковыми для всех стран функции производства и производственные возможности, можно говорить о совпадении функций издержек в торгующих странах.

Обозначим функцию издержек $p = c(w)$, где $p = (p_1, ..., p_n)$, $w = (w_1, ..., w_n)$ – наборы мировых цен на товары и цен на факторы производства, соответственно. Напомним [8], что отображение $p = c(w)$ определено при каждом $w > 0$ ($w_i > 0$, $i = 1, ..., n$) и, как принято считать, имеет в этих точках непрерывные частные производные.

Самуэльсон [2] заметил, что взаимная однозначность функции издержек $p = c(w)$ гарантирует выравнивание цен на факторы производства для всех стран. Дело в том, что в этом случае установившемуся набору мировых цен на товары p может соответствовать только один набор цен на факторы производства w.

Рассмотрим теперь ситуацию, в которой имеются группы стран при тех же, что и ранее предположениях, причем в каждой из групп устанавливаются свои, вообще говоря, отличные от других, цены на факторы производства. В этом случае, естественно, отображение $p = c(w)$ уже нельзя считать взаимно однозначным. Пусть имеется всего m групп стран с различными ценами на факторы. Пронумеруем группы стран и обозначим через w^1, ..., w^m цены на факторы производства в каждой из групп, соответственно. Разница в ценах на факторы говорит о том, что в точках w^1, ..., w^m функция издержек принимает одно и то же значение: $p = c(w^1) = ... = c(w^m)$. Таким образом, обратная функция к $c(w)$ вблизи рассматриваемой точки p должна быть m значной, а само отображение $c(w)$ должно не менее чем в m различных точках принимать одно и то же значение. Сформулированное свойство функции издержек и есть то изменение в модели Самуэльсона, которое нужно сделать для того, чтобы допустить существование различных цен на факторы производства.

4. Оценки числа *m*

Существование различных групп стран-участниц мировой торговли сразу приводит к новым задачам: какова специфика обмена товарами между странами; какую форму принимает утверждение Хекшера-Олина в новых условиях; какова устойчивость разбиения стран на группы; как осуществляется переход страны из одной группы в другую и т.д. В данном пункте статьи речь пойдет о задачах, которые стоят в этом же ряду: задачи оценки сверху числа m и получения условий для равенства $m = 1$ в областях определения функции издержек различного характера. Приведем некоторые частные ситуации, для которых можно получить результаты в указанных направлениях. Заметим также, что первая задача важна для проведения кластеризации, а решение второй практически позволяет определить границы рассматриваемой группы стран.

Начнем с оценки сверху числа m. Укажем схемы, по которым можно получать результаты в этом направлении для случаев $n = 2$ и $n = 3$. Сначала рассмотрим случай $n = 2$. Имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Предположим, что существует q прямых вида $w^2 = k_j w^1$, $k_j > 0$, $j = 1, ..., q$, разбивающих положительный квадрант $R^2_+ = \{w \in R^2 \mid w > 0\}$ на $q + 1$ угловых секторов так, что в каждом из секторов якобиан $I_c(w)$ функции издержек имеет постоянный знак. Тогда $m \le q + 1$.

Доказательство. Применим прием Самуэльсона [2], с помощью которого он получал условие взаимной однозначности функции издержек. Обозначим $c(w) = (c_1(w), c_2(w))$ и используем (см., напр.,[8]) однородность и положительность функций издержек $ci(w_1, w_2)$, $i = 1, 2$. Тогда число m для отображения $p = c(w)$ равно количеству корней уравнения

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{c_2(1, \omega)}{c_1(1, \omega)} \qquad (1)$$

относительно одного скалярного неизвестного ω ($= w_2 / w_1$). Если величина $c_2(1, \omega) / c_1(1, \omega)$ из (1) является при наложенных требованиях строго монотонной, то она может совпадать с p_2 / p_1 не более одного раза, что и говорит о выравнивании цен на факторы производства. Этот факт и отмечен Самуэльсоном в [2]. В нашем случае величина $c_2(1, \omega) / c_1(1, \omega)$ не является монотонной. В самом деле, из равенства

$$\frac{d}{d\omega}\frac{c_2(1,\omega)}{c_1(1,\omega)} = \frac{c_{11}(1,\omega)c_{22}(1,\omega) - c_{12}(1,\omega)c_{21}(1,\omega)}{c_1(1,\omega)^2} = \frac{J_c(1,\omega)}{c_1(1,\omega)^2}$$

видно, что производная $c_2(1, \omega) / c_1(1, \omega)$ может менять знак в точках $\omega = k_j$, $j = 1, ..., q$. Это значит, что отношение компонент функции издержек может иметь не более чем $q + 1$ участков строгой монотонности. Отсюда и следует, что одно и то же значение отношение p_2 / p_1 может принимать не более чем в $q + 1$ точке, или $m \le q + 1$. Теорема доказана.

В случае $n = 3$ вопрос о свойствах отображения $p = c(w)$ из-за однородности функции $c(w)$ сводится к установлению соответствующих свойств отображения

$f(\omega_1, \omega_2) = (c_1(\omega_1, \omega_2, 1) / c_3(\omega_1, \omega_2, 1)$, $c_2(\omega_1, \omega_2, 1) / c_3(\omega_1, \omega_2, 1)$, $\omega_i = w_i / w_3$. Здесь $i = 1, 2$. Значит, в случае $n = 3$ можно использовать рассуждения, характерные для функций 2-х переменных, или для функций комплексного переменного $f(\omega) = f(\omega_1, i\omega_2) = f(\omega_1, \omega_2)$, i – мнимая единица, и получать различные условия выравнивания цен (см., напр., [9]). Так простая редукция к единичному кругу $E = \{\varsigma \in C \mid |\varsigma| < 1\}$ и использование результатов [10] приводят к следующему утверждению.

Теорема 2. Пусть функция $z(\varsigma)$, $z(0) = 0$, $z'(\varsigma) \ne 0$, $\varsigma \in \overline{E}$, $\overline{E}$ замыкание E, определена равенством $z(\varsigma) = f\left(\sqrt{(1-\varsigma)/(1+\varsigma)}\right)$. Если при некотором натуральном p функция $z(\varsigma)$ удовлетворяет условию:

$$\operatorname{Re}\left(\sin(p\tau)\left(1 - i\left|z\left(e^{i\tau}\right)\right|e^{i\tau}\frac{z'\left(e^{i\tau}\right)}{z\left(e^{i\tau}\right)}\right)\right) \ge 0, \tau \in [0, 2\pi]$$

то $m \le p$.

Разбиение стран-участниц на группы приводит к тому, что для каждой группы функция издержек должна рассматриваться не на положительном ортанте R^n_+, а на каком-нибудь сужении этого множества $D(D \subset R^n_+)$. По этой причине ТВЦФ будет справедлива для взятой отдельно группы стран, если функция издержек взаимно однозначна в D. Таким образом, условия взаимной однозначности отображений важно получать не только в прямоугольниках, как это в основном делалось при изучении ТВЦФ (см., напр., [8]), но и в других областях. Получим одно условие взаимной однозначности в звездообразных множествах.

Множество D называется звездообразным относительно точки w_0, если любой луч, проведенный из точки w_0, пересекает границу множества D только в одной точке. Если D звездообразно относительно w_0, то мы определим функцию $R(w)$ следующим образом: $R(w)$ равна расстоянию от точки w_0 до граничной точки t_w области D, которая лежит на луче, проведенном из w_0 в направлении вектора w. Далее мы будем предполагать функцию $R(w)$ дифференцируемой, а через R_0 обозначим наименьшее расстояние между граничными точками D и центром D.

Справедлива

Теорема 3. Пусть отображение $p = c(w)$, заданное в замкнутой и звездообразной относительно точки w_0 области $\overline{D}$, такой что $\left\|R'(w)/R(w)\right\| \le \alpha/\|w\|$, $\alpha > 0$, $w \in \overline{D}$, удовлетворяет условиям:

а) в каждой точке $\overline{D}$ существуют непрерывное в $\overline{D}$ отображение $c'(w)$, причем $\det c'(w) \ne 0$ всюду в $\overline{D}$;

б) $c(w) = (w + \varphi(w))c'(w)$, где отображение φ: $\overline{D} \to R^n$ имеет норму $\|\varphi(w)\| \le dR_0$ для каждой точки $w \in \overline{D}$ с некоторым $d > 0$.

Тогда, если $d(1 + \alpha) < 1$, то отображение $p = c(w)$ взаимно однозначно в $\overline{D}$, и, следовательно, в группе стран, для которых на множестве $\overline{D}$ выполняются условия теоремы 3, ТВЦФ имеет место.

Доказательство. Не ограничивая общности будем считать, что $w_0 = 0$. Рассмотрим отображение $\Lambda(w) = R(w)w/\|w\|$, $w \in R^n \setminus \overline{D}$. Это отображение точки, лежащие в $R^n \setminus \overline{D}$ переводит в граничные точки области D. Вычисления показывают, что

$$\Lambda'(w) = \frac{R(w)}{\|w\|}I + \frac{1}{\|w\|}w^T R'(w) - \frac{R(w)}{\|w\|^3}w^T w, w \in R^n \setminus \overline{D}. \qquad (2)$$

Здесь I единичная матрица, а знак «T» означает транспонирование.

Отображение $F(w) = \|w\| c(\Lambda(w)) / R(w)$, $w \in R^n \setminus \overline{D}$ является непрерывным продолжением отображения $p = c(w)$. Кроме того, любую последовательность, сходящуюся к бесконечности, отображение $F(w)$ переводит в аналогичную. Следовательно, по теореме Адамара, отображение $p = c(w)$ взаимно однозначно в $\overline{D}$, если на этом множестве определитель матрицы Якоби отображения $F(w)$ отличен от нуля. Докажем это неравенство. С учетом (2) и условия б) теоремы 3 имеем

$$F'(w) = c^T(\Lambda(w))\left(\frac{\Lambda(w)}{R^2(w)} - \frac{\|w\|R'(w)}{R^2(w)}\right) + c'(\Lambda(w))\left(I + \frac{\|w\|}{R^2(w)}\Lambda^T(w)R'(w) - \frac{\Lambda^T(w)\Lambda(w)}{R^2(w)}\right) = c'(\Lambda(w))\left(I + \varphi^T(\Lambda(w))\left(\frac{\Lambda(w)}{R^2(w)} - \frac{\|w\|R'(w)}{R^2(w)}\right)\right) = c'(\Lambda(w))B(w).$$

Здесь $w \in R^n \setminus \overline{D}$.

Определители матриц $c'(\Lambda(w))$ и $B(w)$ не могут равняться нулю, так как эти матрицы имеют обратные. Первая по условиям теоремы 3, а вторая в силу неравенства

$$\left\| I - B(w) \right\| \leq dR_0 (1+\alpha) / R(w) < 1$$

Таким образом, $\det F'(w) \neq 0$, $w \in R^n \setminus \overline{D}$. Теорема 3 доказана.

В заключение приведем значение α для двух частных случаев. Если $\overline{D}$ есть гипершар, то $\alpha = 0$. Если $\overline{D}$ есть параллепипед, то $\alpha = (1 + R_0) / R_0$, где R_0 означает то же, что и ранее.

Литература

1. Кругман П.Р., Обстфельд М. Международная экономика. Теория и политика. – М.: Изд-во ЮНИТИ, 1997. – 801 с.

2. Samuelson, P.A. International Factor Price Equalization Once Again // Economic Journal. – 1949. – № 59. – P. 181–197.

3. Leontief V. Domestic Production and Foreign Trade: The American Capital Postion Re-examined.-Proc. Of the Amer. Philosophical Society. – 1953. – V97. – P. 331–349.

4. Bowen, Leamer and Sveikauskas. Multicountry, Multifactor Tests of the Factor Abundance Theory // Economic Journal. – 1987. – №77. – P. 791–809.

5. Фомин Б.С. Эконометрические теории и модели международных экономических отношений. – М.: Мысль, 1970. – 268с.

6. Krugman P. Increasing Returns, Monopolistic Competition and International Trade // Journal of International Economics. – 1979a. – №9. – P. 469–479.

7. Боровиков В.П. Популярное введение в программу STATISTICA. – М.: Мысль,1992. – 267 с.

8. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. – М.: Мир, 1972. – 518 с.

9. Авхадиев, Ф.Г. Конформные отображения и краевые задачи // Ф.Г. Авхадиев. – Казань : Казанский фонд «Математика», 1996. – 216 с.

10. Севодин М.А. Об одном достаточном условии p-листности аналитических функций // Труды Матем. центра им. Н.И. Лобачевского. – Казань: УНИПРЕСС, 2002. – Т.13. – с.147–149.

References

1. Krugman P. R., Obstfeld M. International Economics: Theory and Policy.- M.: YuNITI, 1997. – 801 p.

2. Samuelson, P.A. International Factor Price Equalization Once Again // Economic Journal. – 1949. – № 59. – P. 181–197.

3. Leontief V. Domestic Production and Foreign Trade: The American Capital Postion Re-examined. – Proc. Of the Amer. Philosophical Society. – 1953. – V97. – P. 331–349.

4. Bowen, Leamer and Sveikauskas. Multicountry, Multifactor Tests of the Factor Abundance Theory // Economic Journal. – 1987. – №77. – P. 791–809.

5. Fomin B.S. Econometric Theories and Models of International Economic Relations. – M.: Mysl, 1970. – 268 p.

6. Krugman P. Increasing Returns, Monopolistic Competition and International Trade // Journal of International Economics. – 1979a. – №9. – P. 469–479.

7. Borovikov V.P. Popular Introduction into the STATISTICA Programme. – M.: Mysl, 1992. – 267p.

8. Nikaido H. Convex Structures and Mathematical Economics. – M.: Mir, 1972. – 518 p.

9. Avkhadiev, F.G. Conformal Mappings and Boundary Problems // F.G. Avkhadiev. – Kazan: Kazan Fund «Mathematics», 1996. – 216 p.

10. Sevodin M.A. On One Sufficient Condition of p-valence of Analytical Functions// Proceedings of the Lobachevsky Mathematical Center. – Kazan: UNIPRESS, 2002. – T.13. – P. 147–149.