



УДК 519.254

DOI: <http://dx.doi.org/10.21686/2500-3925-2024-6-50-56>В.А. Горелик¹, Т.В. Золотова²¹ Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия² Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия

Построение разреженной ковариационной матрицы на основе анализа статистических данных и использование ее при выборе оптимального портфеля ценных бумаг

Цель исследования. Цель исследования состоит в разработке нового метода нахождения оптимального портфеля ценных бумаг, основанного на субоптимизации с использованием разреженной ковариационной матрицы, и создании на его основе программы для автоматизации процедуры выбора стратегии инвестирования.

Материалы и методы. В работе представлена одна из возможных формализаций двухкритериальной задачи инвестирования — постановка задачи на максимум ожидаемой доходности портфеля при ограничении сверху на СКО. При этом обосновано проведение расчетов СКО портфеля с разреженной матрицей ковариаций доходностей финансовых инструментов. Приведено решение двухкритериальной задачи, основанное на использовании условий оптимальности Каруша-Куна-Таккера. Все необходимые первичные расчеты и исследования выполняются в Microsoft Excel, для автоматизации и реализации графического интерфейса используются функции языка программирования Python.

Результаты. Проведен анализ используемых методов принятия инвестиционных решений и обосновано использование каждого из них для конкретных данных фондового рынка. Для автоматизации аналитических подходов к нахождению оптимальной инвестиционной стратегии при полной, частичной и отсут-

ствующей корреляционной зависимости была создана программа и графический интерфейс с использованием библиотек языка программирования Python. Программный продукт апробирован на примере процесса инвестирования с реальными данными российского фондового рынка. В качестве исходных данных в настоящем исследовании послужили котировки акций российских компаний за период с 01.01.2019 по 31.12.2021, взятые с сайта Yahoo Finance. Выбор каждой из акций был основан на результатах проведенного фундаментального и технического анализа. **Заключение.** В результате проведенного исследования было установлено, что предложенный метод нахождения оптимальной стратегии с использованием разреженной ковариационной матрицы является подходящим инструментом для активной стратегии инвестирования. Техническая реализация предложенного метода — использование языка программирования Python для создания графического интерфейса — позволяет автоматизировать процесс построения инвестиционной стратегии.

Ключевые слова: двухкритериальный подход, математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение, разреженная ковариационная матрица, фундаментальный анализ, автоматизация.

Victor A. Gorelik¹, Tatiana V. Zolotova²¹ Federal Research Center «Informatics and Management» of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia² Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia

Construction of a Sparse Covariance Matrix Based on Statistical Data Analysis and Its Use in Choosing an Optimal Portfolio of Securities

Purpose of the study. The aim of the study is to develop a new method for finding an optimal portfolio of securities based on suboptimization using a sparse covariance matrix, and to create a program based on it to automate the procedure for selecting an investment strategy.

Materials and methods. The paper presents one of the possible formalizations of a two-criterion investment problem — setting the problem for the maximum expected portfolio yield with an upper limit on the standard deviation. At the same time, the calculation of the standard deviation of a portfolio with a sparse matrix of covariances of financial instruments' yields is justified. A solution to a two-criterion problem based on the use of the Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions is given. All necessary primary calculations and studies are performed in Microsoft Excel; the functions of the Python programming language are used for automation and implementation of the graphical interface.

Results. The analysis of the methods used to make investment decisions was carried out and the use of each of them for specific stock market data was justified. To automate analytical approaches to finding the optimal investment strategy with full, partial and

absent correlation dependence, a program and a graphical interface were created using the Python programming language libraries. The software product was tested on the example of the investment process with real data of the Russian stock market. The initial data in this study were quotes of shares of Russian companies for the period from 01.01.2019 to 31.12.2021, taken from the Yahoo Finance website. The choice of each of the shares was based on the results of the fundamental and technical analysis.

Conclusion. As a result of the conducted research, it was established that the proposed method of finding the optimal strategy using a sparse covariance matrix is a suitable tool for an active investment strategy. The technical implementation of the proposed method — the use of the Python programming language to create a graphical interface — allows automating the process of constructing an investment strategy.

Keywords: two-criteria approach, mathematical expectation, standard deviation, sparse covariance matrix, fundamental analysis, automation.

Введение

Задачу нахождения оптимальной инвестиционной стратегии на фондовом рынке, или портфеля ценных бумаг, по праву считают неоднозначной задачей, требующей знания и умение применять различные математические методы и инструменты. При этом для принятия инвестиционного решения необходимо провести комплекс подготовительных работ:

- анализ финансового рынка (сравнительный анализ по сегментам и отраслям рынка, направленный на выявление трендов, а также лидеров и аутсайдеров);
- анализ финансовых инструментов (технический и фундаментальный анализ, анализ ликвидности, а также расчет справедливой цены финансового инструмента);
- формирование инвестиционной стратегии (один актив или диверсификация портфеля, выбор хеджирующего инструмента и прочее).

Математические методы нахождения оптимальной инвестиционной стратегии основываются на использовании принципов векторной оптимизации [1–4]. Обычно рассматривается двухкритериальная задача нахождения стратегии инвестирования. При этом критериями оптимальности являются эффективность и риск инвестиционного портфеля. В качестве оценки эффективности используют математическое ожидание случайного значения доходности портфеля, а в качестве оценки риска – среднеквадратическое отклонение (СКО). К одной из возможных формализаций двухкритериальной задачи инвестирования относится постановка задачи на максимум ожидаемой доходности портфеля при ограничении сверху на СКО, которая и была использована в данной работе.

Задача инвестирования, в которой учитывается коррелированность случайных доходностей финансовых инструментов, и задача без учета коррелированности приводят к разным процедурам получения оптимального решения [5, 6, 7]. В работе [7] анализ статистических данных показывал, что значения ковариаций доходностей рассматриваемых компаний был на порядок меньше значений их дисперсий. Учет ковариаций практически не сказывался на результатах расчетов, поэтому правомерно было допущение о том, что ими можно пренебречь. В работе [6] рассматривался пример инвестирования в акции российских компаний, в котором ковариации и дисперсии акций имеют примерно одинаковый порядок, причем ковариации являются положительными; поэтому учет ковариаций случайных значений доходностей акций имел основание.

Однако анализ статистических данных фондового рынка показывает, что взаимосвязь финансовых инструментов проявляется по-разному,

и для одних эта взаимосвязь пренебрежимо мала, а для других таковой не является. В данной работе мы предлагаем подход к нахождению оптимальной инвестиционной стратегии, основанный на субоптимизации с использованием разреженной ковариационной матрицы. Такой подход оправдан, когда пересмотр состава портфеля происходит в течение короткого промежутка времени, например, в течение дня. В этом случае проведение расчетов ковариаций ценных бумаг, имеющих слабую взаимосвязь, теряет смысл, т. к. требует ненужных усилий, приводящим к потерям времени. При этом учет малых значений ковариаций может привести к погрешностям, которые при больших объемах вложений оказывают существенное влияние на структуру портфеля.

Для автоматизации аналитических подходов – при полной, частичной и отсутствующей корреляционной зависимости – была создана программа и графический интерфейс с использованием библиотек языка программирования Python. Программный продукт апробирован на примере процесса инвестирования с реальными данными российского фондового рынка.

Формализация задачи инвестирования

В основе рассматриваемых моделей лежит предположение, что имеется набор активов, который описывается вектором $\bar{r} = (\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_i, \dots, \bar{r}_n)$, где \bar{r}_i – ожидаемая доходность i -го финансового инструмента, и ковариационной матрицей $D = (\sigma_{ij})_{n \times n}$.

Стратегия инвестора состоит в распределении средств между активами и описывается вектором $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$, где x_i – доля средств, вкладываемая в i -й финансовый инструмент. Будем рассматривать более сложную с математической точки зрения инвестиционную задачу – нахождение портфеля ценных бумаг без коротких продаж, что выражается в наличии условий неотрицательности на переменные.

СКО случайной величины выигрыша при использовании стратегии $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$ определяется, очевидно, по формуле $\sigma = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \sigma_{ik} x_i x_k \right)^{0.5}$ или в матрично-векторной форме $\sigma = \langle x, Dx \rangle^{0.5}$, где $\langle \cdot, \cdot \rangle$ – знак скалярного произведения векторов.

Введем n -мерный вектор $e(1, \dots, 1)$, тогда постановка задачи на максимум математического ожидания случайного значения доходности портфеля при ограничении сверху на СКО имеет вид

$$\max_{x \in P} \bar{r}, x, P = \{x \mid x, Dx^{0.5} \leq \sigma_0, x, e = 1, x \geq 0\}. \quad (1)$$

Множество P не пусто, если пороговое значение σ_0 не меньше минимального значения СКО на множестве $P_0 = \{x \mid \langle x, e \rangle = 1, x \geq 0\}$. Для

нахождения этого значения надо решить вспомогательную задачу квадратичного программирования:

$$d_0 = \min_{x \in P_0} x, Dx, P_0 = \{x | x, e = 1, x \geq 0\}. \quad (2)$$

В работе [6] показано, что оптимальное значение целевой функции задачи (2) есть $d_0 = \tilde{D}^{-1}\tilde{e}, \tilde{e}^{-1}$, где \tilde{e} – вектор из части компонент вектора e , полученный вычеркиванием компонент с номерами, соответствующим нулевым компонентам вектора x . Кроме этого, в [6] доказана теорема, которая обосновывает метод нахождения оптимальных стратегий, содержащих не менее двух ненулевых компонент.

Теорема 1. Если $\sigma_0 > d_0^{0.5}$, все \tilde{r}_i различны, матрица $D = |\sigma_{ik}|$ положительно определена, то задача (1) имеет решение x^0 и оптимальная стратегия может быть представлена в виде

$$\tilde{x}^0 = \lambda^{0.5} \tilde{D}^{-1}(\tilde{r} - \mu^0 \tilde{e}),$$

$$\lambda^0 = \sqrt{\frac{\tilde{r}, \tilde{D}^{-1} \tilde{r} \tilde{e}, \tilde{D}^{-1} \tilde{e} - \tilde{e}, \tilde{D}^{-1} \tilde{r}^2}{\sigma_0^2 \tilde{e}, \tilde{D}^{-1} \tilde{e} - 1}}, \quad \mu^0 = \frac{\tilde{e}, \tilde{D}^{-1} \tilde{r} - \lambda^0}{\tilde{e}, \tilde{D}^{-1} \tilde{e}},$$

где \tilde{D} – некоторая квадратная подматрица матрицы D , полученная вычеркиванием строк и столбцов с одинаковыми номерами, \tilde{x}^0 – вектор из ненулевых компонент вектора p^0 , \tilde{r} – вектор из части компонент вектора \tilde{a} , \tilde{e} – вектор из части компонент вектора e , полученные вычеркиванием компонент с номерами, соответствующим нулевым компонентам вектора x^0 .

В случае, когда учет коррелированности не осуществляется, СКО случайной величины доходности портфеля определяется, очевидно, по формуле $\sigma = \left(\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 \right)^{0.5}$, и обосновать метод решения задачи (1) можно с использованием по координатного представления (см. [7]).

Практическая реализация

Полученные теоретические результаты применимы для поиска инвестиционной стратегии на российском фондовом рынке. Для начала необходимо отобрать компании, соблюдающие условие диверсификации портфеля. При этом мы будем рассматривать только те компании, которые являются известными и достаточно крупными в своей отрасли. Таким образом, мы выбрали 3–4 компании из разных секторов:

- Финансовый сектор: ВТБ, Тинькофф Банк, Сбербанк
- Связь: Ростелеком, МТС, АФК система
- Нефтяная промышленность: Газпром, Роснефть, Новатэк, Лукойл
- Обрабатывающая промышленность: ФосАгро, Акрон, Сегежа
- Несырьевые полезные ископаемые: Норникель, Полюс Золото, Русал, НЛМК

- Электроэнергетика: Интер РАО, Русгидро, Российские Сети

• Транспорт: Аэрофлот, НМТП, Utair, Fesh

Фундаментальный анализ был проведен с использованием финансовых показателей каждой компании в каждом секторе [8]. Фундаментальный анализ затем был использован для проведения технического анализа [9], чтобы понять, стоит ли покупать выбранные акции в определенный момент (01.01.2022). Анализ этих финансовых показателей привел к следующим результатам.

Финансовый сектор. Из-за малого количества показателей для всех трех компаний был проведен технический анализ. Самым непривлекательным выглядит Тинькофф: Р/Е говорит о том, что компания окупит вложения только в течение 19 лет, тогда как у ВТБ и Сбербанка данные показатели значительно ниже; также в случае банкротства компания не сможет рассчитаться со всеми инвесторами. Тем не менее остальные показатели говорят о ее скрытом потенциале.

Связь. АФК система показала отрицательную доходность за 2021 год, а также отсутствие собственного капитала; наличие отрицательного FCF говорит о том, что данную компанию можно смело исключать из рассмотрения. Из оставшихся двух компаний-гигантов Ростелеком выглядит более стабильным и надежным, тем не менее у МТС достаточно большой показатель ROE. Для обеих компаний был проведен технический анализ.

Нефтяная промышленность. Газпром на момент проведения анализа не представил годовой отчет за 2021 год, поэтому компанию убираем из рассмотрения. Компания Новатэк по показателю P/S переоценена, но по остальным показателям она может заинтересовать инвесторов. У компании Роснефть ликвидные и оборотные активы не покрывают долгосрочные и краткосрочные обязательства соответственно. Лукойл выглядит наиболее стабильным из всех. Таким образом, все три компании требуют технического анализа.

Обрабатывающая промышленность. Компания Акрон имеет огромное значение показателя Р/Е, что говорит о ее переоцененности; относительно небольшой ROE говорит о том, что процентная ставка, под которую в компании работают деньги акционеров маленькая по сравнению с ФосАгро и Сегежой. Поэтому компанию Акрон убираем из рассмотрения. Для компаний ФосАгро и Сегежа проведен технический анализ.

Несырьевые полезные ископаемые. Компании Норильский Никель и Полюс Золото имеют огромный P/B. Это означает, что денег, вырученных от продажи имущества, в случае их ликвидации не хватит, чтобы рассчитаться со

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	FESH	РусГидро	НЛМК АО	ФосАгро АО	ЛУКОЙЛ	Ростелеком АО	Сбербанк	РУСАЛ АО		
2	19	4,775	0,4881	157,3400	2533	5007,0	72,96	186,990005	30,610	FESH
3	19	4,785	0,4921	155,6800	2542	5074,5	73,15	190,990005	30,870	РусГидро
4	19	4,990	0,4870	150,1200	2514	5039,0	73,50	191,240005	29,845	H
5	19	4,965	0,4948	153,7800	2521	5060,0	73,76	197	29,395	

Рис. 1. Фрагмент используемых данных

Fig. 1. Fragment of the data used

Таблица 1 (Table 1)

Результаты классификации тестовой выборки по разным моделям

Results of test sample classification by different models

	FESH	РусГидро	НЛМК АО	ФосАгро АО	ЛУКОЙЛ	Ростелеком	Сбербанк	РУСАЛ АО
FESH	0.0006800	0.0001137	0.0000837	0.0000379	0.0001189	0.0000330	0.0001100	0.0001458
РусГидро	0.000114	0.0002873	0.0000802	0.0000356	0.0001286	0.0000624	0.0001276	0.0001461
НЛМК АО	0.000084	0.0000802	0.0002890	0.0000492	0.0001228	0.0000443	0.0001126	0.0001586
ФосАгро АО	0.000038	0.0000356	0.0000492	0.0001670	0.0000297	0.0000342	0.0000263	0.0000550
ЛУКОЙЛ	0.000119	0.0001286	0.0001228	0.0000297	0.0004124	0.0000615	0.0001989	0.0001781
Ростелеком	0.000033	0.0000624	0.0000443	0.0000342	0.0000615	0.0001655	0.0000632	0.0000799
Сбербанк	0.000110	0.0001276	0.0001126	0.0000263	0.0001989	0.0000632	0.0003269	0.0001762
РУСАЛ АО	0.000146	0.0001461	0.0001586	0.0000550	0.0001781	0.0000799	0.0001762	0.0005105

своими акционерами в полном объеме. Также показатель P/S говорит о том, что компания Полус Золото переоценена инвесторами. Русал же в свою очередь имеет огромный свободный капитал, который не был потрачен на инвестиции. Для всех компаний был проведен технический анализ.

Электроэнергетика. Интер РАО на момент проведения анализа не предоставила годовой отчет, поэтому компания исключена из рассмотрения. РусГидро явно переоценен по PEG, тем не менее все остальные показатели у РусГидро, как и у En+ достаточно хорошие. Для обеих компаний проведен технический анализ

Транспорт. Компания НМТП на момент проведения анализа не предоставила годовой финансовый отчет, поэтому компания исключена из рассмотрения. У компании Аэрофлот и Utair наблюдается отрицательная прибыль, а также отсутствие собственного капитала, то есть они существуют на заемные средства. Компания Fesh по показателям сильно выделяется на фоне остальных, поэтому только для нее проведен технический анализ.

В результате для конкретной реализации практической части были выбраны котировки акций восьми компаний на российском фондовом рынке:

- FESH – компания морского пароходства
- РусГидро – компания коммунальных услуг
- НЛМК АО – компания по добычи стали
- ФосАгро АО – компания удобрений и сельскохозяйственных химикатов
- ЛУКОЙЛ – компания по добыче, переработке и продаже нефти

- Ростелеком АО – компания беспроводных телекоммуникаций

- Сбербанк – региональный банк

- Русал АО – компания реализует промышленные и гражданские строительные проекты.

В качестве рассматриваемых данных возьмем дневные цены закрытия соответствующих акций на периоде с 01.01.2019 по 31.12.2021 включительно. Выбор данного временного периода обуславливается полнотой данных о ценах закрытия торгов для выбранных акций. Экспорт котировок акций компаний произведен с сайта finance.yahoo.com [10].

Фрагмент данных, содержащий цены закрытия и доходности по соответствующим тикерам приведен на рис. 1.

Получили вектор ожидаемых доходностей $\bar{r} = (0.00264, 0.0007, 0.00057, 0.0012, 0.00057, 0.00031, 0.00076, 0.00142)$, ковариационная матрица представлена в таблице 1.

Как было сказано во введении, ранее были разработаны метод построения оптимальной инвестиционной стратегии без учета ковариации доходностей (метод 1) и метод с полной ковариационной матрицей (метод 2). В ходе анализа методов решения поставленной задачи было принято объединить их в метод 3: в условии будет учитываться только значимые показатели ковариации. Таким образом метод 3 по процедуре поиска решения будет совпадать со методом 2, учитывающим ковариации, однако значимость ковариации будет определяться по количеству порядков после запятой. Например, 0.1 и 0.001 различаются на 2 ноля, что делает 0.001 не значимым числом.

Разреженная ковариационная матрица
Sparse covariance matrix

	FESH	РусГидро	НЛМК АО	ФосАгро АО	ЛУКОЙЛ	Ростелеком	Сбербанк	РУСАЛ АО
FESH	0.0006800	0.0001137	0.000000	0.000000	0.0001189	0.000000	0.0001100	0.0001458
РусГидро	0.000114	0.0002873	0.000000	0.000000	0.0001286	0.000000	0.0001276	0.0001461
НЛМК АО	0.000000	0.000000	0.0002890	0.000000	0.0001228	0.000000	0.0001126	0.0001586
ФосАгро АО	0.000000	0.000000	0.000000	0.0001670	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
ЛУКОЙЛ	0.000119	0.0001286	0.0001228	0.000000	0.0004124	0.000000	0.0001989	0.0001781
Ростелеком	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.0001655	0.000000	0.000000
Сбербанк	0.000110	0.0001276	0.0001126	0.000000	0.0001989	0.000000	0.0003269	0.0001762
РУСАЛ АО	0.000146	0.0001461	0.0001586	0.000000	0.0001781	0.000000	0.0001762	0.0005105

Появилась проблема определения значимости в случае, если числа были равны 0.01 и 0.009, однако было принято решение о том, что число не будет учитываться если в нем больше нулей после запятой чем у ковариационных моментов.

В нашем примере необходимо сравнивать минимальный показатель дисперсии с каждым ковариационным моментом. Все незначимые числа, то есть которые имеют 4 знака 0 после запятой, не учитываются, т. е. равны 0. Таким образом, получаем разреженную ковариационную матрицу (таблица 2).

Так как предлагаемый метод предполагает перебор подматриц ковариационной матрицы, то в случае разреженной ковариационной матрицы D часть подматриц оказывается диагональными. Но, если некоторая квадратная подматрица \tilde{D} матрицы D диагональная, то вычисление \tilde{D}^{-1} упрощается.

Наличие условий неотрицательности в задаче (1) приводит к тому, что приходится пересчитывать несколько раз состав портфеля по формулам, меняя используемые акции (примеры таких расчетов приведены в [2, 3]). В настоящее время все чаще используются языки программирования для упрощения вычисления и графического представления проделанной работы. PyQt5 – это набор библиотек в Python, который позволяет создать графический интерфейс. Этот набор использует встроенные Python-модули, которые позволяют быстро собрать интерфейс для удобного использования.

Разработанная программа осуществляет выбор временного периода и первоначального

```
import PyQt5
import sys
import numpy as np
import pandas as pd
import yfinance as yf
import scipy.stats as sps
import numpy as np
import func
import parameters
```

Рис. 2. Библиотеки в Python
Fig. 2. Libraries in Python

списка акций, обработку данных, ввод определяющих параметров и проверку условий, и определяет состав оптимального портфеля инвестиций одним из трех методов (написание программ осуществлялась при участии студента Финуниверситета Масловой А.Е.).

Переходим в Python и загружаем библиотеки (рис. 2).

После этого формируем класс, в котором начинаем строить наш интерфейс используя описанные задачи в пункте 1. Для начала создаем QHBoxLayout и QVBoxLayout, для формирования структуры вводимых данных. Так для названия и текста тикеров нужен 1 бокс, а для даты – 3, для списка методов, кнопка «по умолчанию» и «запуска» еще 1, для кнопки сброса тоже 1.

Далее создаем и размещаем атрибуты. Для каждой кнопки необходимо создать некоторую функцию. Кнопка «сброс» очищает все поля в окне. Кнопка «по умолчанию» заполняет данными из примера. Кнопка «запуск» запускает функции. Затем необходимо создать функцию ввода тикеров и дат в виде календарей, добавить текст (рис. 3). Реализуем выдвижной список из методов – с учетом корреляции, без учета корреляции, комбинированный метод (рис. 4).

Для каждого метода необходимо реализовать функцию, которая будет работать на любых тикерах за любые даты. Получаем 4 функции, ко-

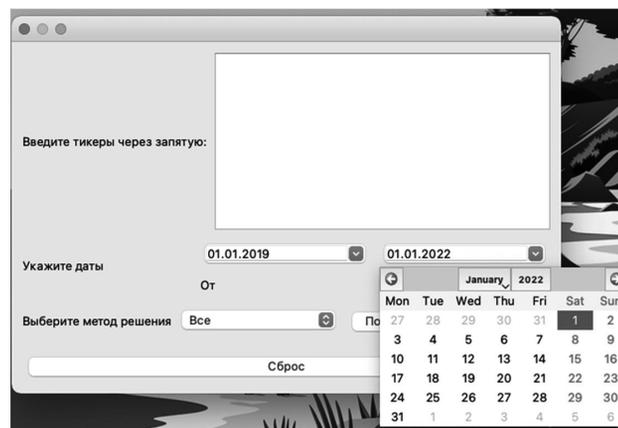


Рис. 3. Выпадающий календарь
Fig. 3. Dropdown calendar

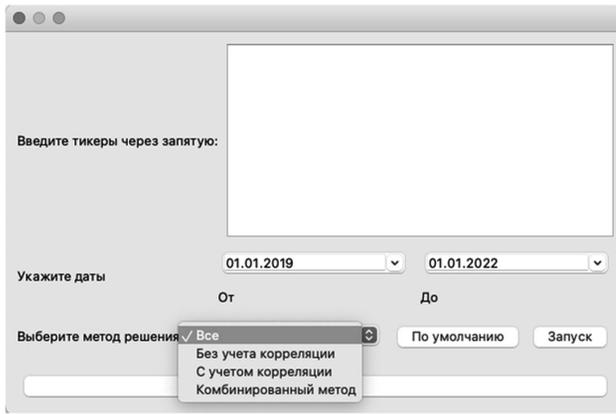


Рис. 4. Выпадающий список
Fig. 4. Dropdown list

Введите риск

Без учета корреляции		С учетом корреляции		Комбинированный метод	
	Портфель миним.		Портфель миним.		Портфель миним.
FESH.ME	5.27 %	FESH.ME	4.4 %	FESH.ME	4.59 %
HYDR.ME	12.48 %	HYDR.ME	8.81 %	HYDR.ME	14.71 %
LKOH.ME	8.7 %	LKOH.ME	2.61 %	LKOH.ME	0.38 %
NLMK.ME	12.41 %	NLMK.ME	10.38 %	NLMK.ME	16.56 %
PHOR.ME	21.47 %	PHOR.ME	35.45 %	PHOR.ME	30.55 %
RTKM.ME	21.67 %	RTKM.ME	32.28 %	RTKM.ME	30.83 %
RUAL.ME	7.02 %	SBER.ME	6.06 %	SBER.ME	2.38 %
SBER.ME	10.97 %	Доходность	0.0823 %	Доходность	0.08 %
Доходность	0.0854 %	Минимальный риск	0.0083 %	Минимальный риск	0.0051 %
Минимальный риск	0.0036 %	Максимальный риск	0.068 %	Максимальный риск	0.068 %
Максимальный риск	0.068 %				

Введите риск в % 0.067995

Рис. 5. Ненулевые компоненты портфеля минимального риска
Fig. 5. Non-zero components of the minimum risk portfolio

Введите риск

Без учета корреляции		С учетом корреляции		Комбинированный метод	
	Оптимальный портфель 1		Оптимальный портфель 2		Оптимальный портфель 3
FESH.ME	29.38	FESH.ME	17.78	FESH.ME	27.77
HYDR.ME	5.89	HYDR.ME	5.56	HYDR.ME	3.96
LKOH.ME	1.15	NLMK.ME	4.23	NLMK.ME	11.45
NLMK.ME	1.7	PHOR.ME	48.19	PHOR.ME	48.8
PHOR.ME	38.21	RTKM.ME	16.55	RTKM.ME	8.02
RUAL.ME	16.67	SBER.ME	7.69	Доходность	0.1435
SBER.ME	7.0	Доходность	0.1219	Риск	0.01
Доходность	0.158	Риск	0.01		
Риск	0.01				

Рис. 6. Портфели с ограниченным риском
Fig. 6. Portfolios with limited risk

которые выводят портфель минимального риска (рис. 5) с соответствующей доходностью (задача (2)) и с максимально возможным для инвестора риском σ_0 (задача (1)) отдельно для выбранного способа реализации. После их выполнения выводится следующее окно, которое содержит в себе таблицы и строку для ввода риска.

При вводе параметра — значения риска σ_0 — можно ввести число в диапазоне между минимальным и максимальным риском. Далее необходимо реализовать еще три функции для

трех методов: каждая из них будет считать оптимальный портфель при заданном значении риска. Однако при выборе одного из методов, риск необходимо ввести в диапазоне для этого метода, а при использовании всех трех методов риск должен быть выше максимального из минимальных рисков. Например, для риска σ_0 равного 0.01% ненулевые компоненты портфелей представлены на рис. 6.

На рис. 6 представлены разные составы портфелей для одного и того же уровня риска. Для сравнения инвестиционных портфелей, полученных разными методами, были построены графики доходности и риска для трех методов (рис. 7).

Можно сделать вывод, что метод 1 без учета корреляции показывает лучшую доходность при меньшем риске, однако метод с учетом корреляции контролируют диверсификацию портфеля, не позволяя даже слабо коррелированным компаниям присутствовать в портфеле, что защитит портфель в случае непредвиденного риска. Метод 3, являющийся некой комбинацией методов 1 и 2, учитывает только значимые ковариационные моменты, облегчая процедуру нахождения решения задачи (1), особенно если в краткосрочной перспективе приходится часто менять структуру портфеля.

Заключение

Предложенный метод с использованием разреженной ковариационной матрицы сокращает время нахождения оптимального портфеля ценных бумаг. В условиях динамично меняющегося фондового рынка такой подход является обоснованным и для активной стратегии инвестирования может привести в перспективе к лучшим результатам.

Техническая реализация предложенного метода — использование языка программирования Python для создания графического интерфейса — позволяет автоматизировать процесс построения инвестиционной стратегии.

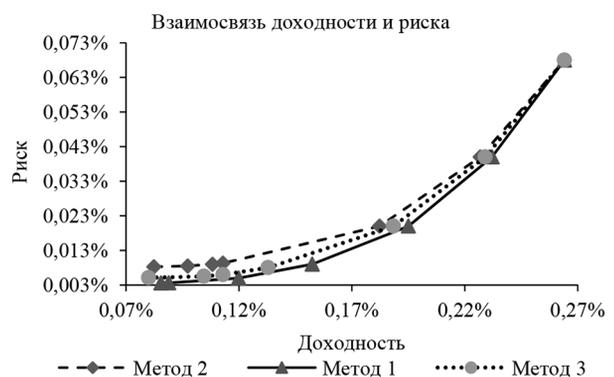


Рис. 7. График результатов использования трех методов

Fig. 7. Graph of the results of using the three methods

Литература

1. Горелик В.А., Золотова Т.В. Критерии оценки и оптимальности риска в сложных организационных системах. Научное издание. М.: ВЦ РАН, 2009. 162 с.
2. Ногин В. Д. Множество и принцип Парето. 2020. 100 с.
3. Подиновский В. Введение в теорию важности критериев. Litres, 2022. 63 с.
4. Шарп Уильям Ф., Александер Гордон Дж., Бэйли Джеффри В. Инвестиции. М.: ИНФРА-М, 2018. 1028 с.
5. Gorelik V.A., Zolotova T.V. Risk management in stochastic problems of stock investment and its Application in the Russian Stock Market // Proc. of the 13-th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD'2020). Moscow, 2020. С. 1-5.
6. Gorelik V.A., Zolotova T.V. Stochastic Principles of Optimality in Games with Nature

and Their Application in Investment Management // Proc. of the 14-th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD'2021). Moscow, 2021. С. 1-5.

7. Горелик В.А., Золотова Т.В. Использование статистических оценок в игре с природой как модели инвестирования // Статистика и экономика. 2020. Т. 17. № 6. С. 64–72. DOI: 10.21686/2500–3925–2020–6–64–72.

8. Сабиржанова Е. В., Квач Н. М. Фундаментальный анализ как аналитический инструмент инвестиций // Научное издание. 2023. 161 с.

9. Аксенов С. Ю., Выжитович А. М. Методические аспекты выбора оптимального момента совершения сделок на рынке ценных бумаг на основе технического анализа // Вестник НГУЭУ. 2021. № 1. С. 145–160.

10. Finance.yahoo.com [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <https://finance.yahoo.com/?guccounter=1>.

References

1. Gorelik V.A., Zolotova T.V. Kriterii otsenki i optimal'nosti riska v slozhnykh organizatsionnykh sistemakh. Nauchnoye izdaniye = Criteria for risk assessment and optimality in complex organizational systems. Scientific publication. Moscow: Computing Center of the Russian Academy of Sciences; 2009. 162 p. (In Russ.)
2. Nogin V.D. Mnozhestvo i printsip Pareto = The Pareto Set and Principle. 2020. 100 p. (In Russ.)
3. Podinovskiy V. Vvedeniye v teoriyu vazhnosti kriteriyev = Introduction to the Theory of Criteria Importance. Litres; 2022. 63 p. (In Russ.)
4. Sharp Uil'yam F., Aleksander Gordon Dzh., Beyli Dzheftri V. Investitsii = Investments. Moscow: INFRA-M; 2018. 1028 p. (In Russ.)
5. Gorelik V.A., Zolotova T.V. Risk management in stochastic problems of stock investment and its Application in the Russian Stock Market. Proc. of the 13-th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD'2020). Moscow; 2020: 1-5. (In Russ.)

6. Gorelik V.A., Zolotova T.V. Stochastic Principles of Optimality in Games with Nature and Their Application in Investment Management. Proc. of the 14-th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD'2021). Moscow; 2021: 1-5. (In Russ.)

7. Gorelik V.A., Zolotova T.V. Using Statistical Estimates in a Game with Nature as an Investment Model. Statistika i ekonomika = Statistics and Economics. 2020; 17; 6: 64–72. DOI: 10.21686/2500–3925–2020–6–64–72. (In Russ.)

8. Sabirzhanova Ye.V., Kvach N.M. Fundamental Analysis as an Analytical Tool for Investments. Nauchnoye izdaniye = Scientific Publication. 2023. 161 p. (In Russ.)

9. Aksenov S.Yu., Vyzhitovich A.M. Methodological aspects of choosing the optimal moment for making transactions in the securities market based on technical analysis. Vestnik NGUEU = Bulletin of NSUEM. 2021; 1: 145-160. (In Russ.)

10. Finance.yahoo.com [Internet]. Available from: <https://finance.yahoo.com/?guccounter=1>.

Сведения об авторах

Виктор Александрович Горелик
Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление» РАН,
Москва, Россия
Эл. почта: gorelik@ccas.ru

Татьяна Валерьяновна Золотова
Финансовый университет при Правительстве
Российской Федерации,
Москва, Россия
Эл. почта: tzolotova@fa.ru

Information about the authors

Victor A. Gorelik
Federal Research Center «Informatics and
Management» of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russia
E-mail: gorelik@ccas.ru

Tatiana V. Zolotova
Financial University under the Government of the
Russian Federation,
Moscow, Russia
E-mail: tzolotova@fa.ru