

## Стохастическая модель развития эмоциональных стрессов в образовательном процессе

Целью исследования является развитие математических моделей, описывающих реакцию личности на появление стрессов различной природы, в том числе, и появляющихся при реализации образовательного процесса. Сложность разработки такой модели подтверждается отсутствием теоретических результатов обоснования классических экспериментов Холмса и Раэ по влиянию стрессов на личность. В связи с этим ставится задача разработки такой математической модели, которая позволила бы не только дать теоретическое объяснение экспериментальных результатов, применяемых в калькуляторе стрессов Холмса и Раэ, но и стать инструментом исследования влияния стрессов на личность в других условиях, в том числе и в процессе образовательной деятельности как преподавателя, так и обучаемого.

**Метод исследования** состоит в математическом описании процесса возникновения стрессов, развивающихся во времени, причем считается, что стрессы возникают в случайные моменты времени и характеризуются относительными величинами стрессов, указанными в классической таблице Холмса и Раэ. Необходимость привлечения этих результатов состоит в том, что они позволяют подтвердить соответствие разработанных теоретических математических моделей уже известным практическим результатам.

В работе приняты следующие основные предположения.

Считается, что личность подвергается стрессам, которые могут возникать в случайные локализованные моменты времени и интерпретируются как последовательность точек на временной оси, число и расположение которых является случайным. Реакция личности на отдельный стресс описывается убывающей экспоненциальной функцией трех аргументов — текущего времени, случайного времени появления стресса, и величиной стресса. Реакция личности на последовательность стрессов является суммой откликов личности на отдельные стрессы, т.е. предполагается, что личность проявляет свойства линейности.

В процессе разработки математической модели обосновывается распределение числа случайных стрессов по закону Пуассона, ко-

торый применяется для описания появления случайных событий с отчетливой дискретностью. В работе введен в рассмотрение один из ключевых показателей — коэффициент эмоциональной нагрузки, равный отношению математического ожидания повседневно стрессового фона и математического ожидания суммы этого фона и дополнительного стресса.

Реакция личности на отдельный стресс описывается широко применяемой в естественнонаучных приложениях экспоненциальной функцией отклика. Вводится в рассмотрение суммарная относительная величина переработанных, пережитых, случайных относительных величин стресса, а также их неслучайных математических ожиданий.

**Новыми результатами** исследования являются:

Разработка стохастической математической модели развития стрессов во времени в зависимости от входящих в модель параметров. Показано, что поведение реакции личности на стрессы, предсказанное математической моделью, соответствует упомянутому ранее опубликованным экспериментальным результатам.

Исследование поведения во времени реакции личности на стрессы для ситуации, которая ранее не рассматривалась и в которой на личность воздействует единственный стресс большой интенсивности, а также регулярного эмоционального навязывания.

**В заключении** отмечается, что разработанная модель не только позволяет теоретически объяснить экспериментальные данные, но и значительно расширить рамки изучаемого влияния стресса на личность. Так, оказалось возможным предсказать влияние единичного воздействия, а также указать способ учета периодического преднамеренного воздействия (эмоционального подавления). Кроме того, результаты могут быть использованы при изучении эмоциональных стрессов в образовательном процессе с целью их предсказания и учета в практической деятельности.

**Ключевые слова:** Таблица и калькулятор стрессов Холмса и Раэ, точечный случайный процесс, экспоненциальная функция отклика, коэффициент эмоциональной нагрузки.

Aleksandr A. Solodov<sup>1</sup>, Elena A. Solodova<sup>2</sup>, Tatyana G. Trembach<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Kosygin Russian State University, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Clinical psychologist, Psychotherapist, Supervisor, MSc., Psychologist Practice, Haren, Netherlands

<sup>3</sup> Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

## Stochastic Model of Emotional Stress Development in the Educational Process

**The aim** of the study is the development of mathematical models that describe the reaction of the individual to the occurrence of stresses of various nature, including those that appear during the implementation of the educational process. The complexity of developing such a model is confirmed by the lack of theoretical results to substantiate the classic experiments of Holmes and Rae on the effect of stress on personality. In this regard, the task is to develop such a mathematical

model that would allow not only to give a theoretical explanation of the experimental results used in the Holmes and Rae stress calculator, but also to become a tool for studying the effect of stress on a person in other conditions, including in the process of educational activities of both the teacher and the learner.

**The research method** consists in a mathematical description of the process of occurrence of stresses that develop over time, and it is

believed that stresses occur at random times and are characterized by relative stress values indicated in the classical table of Holmes and Rae. The need to involve these results is that they allow us to confirm the correspondence of the developed theoretical mathematical models to already known practical results.

The following main assumptions are accepted in the paper.

It is believed that a person is exposed to stresses that can occur at random localized points in time and are interpreted as a sequence of points on the time axis, the number and location of which is random.

The response of a person to a particular stress is described by a decreasing exponential function of three arguments — current time, random time of stress occurrence, and stress magnitude.

The reaction of the individual to a sequence of stresses is the sum of the responses of the person to individual stresses, i.e. it is assumed that the personality exhibits the properties of linearity.

In the process of developing a mathematical model, the distribution of the number of random stresses is substantiated according to the Poisson law, which is used to describe the occurrence of random events with a distinct discreteness. The paper introduces one of the key indexes — the coefficient of emotional load, equal to the ratio of the mathematical expectation of everyday stressful background and the mathematical expectation of the sum of this background and additional stress.

The response of a person to a particular stress is described by an exponential response function widely used in natural science

applications. The total relative value of processed, experienced, random relative values of stress, as well as their non-random mathematical expectations, is introduced into consideration.

The new results of the study are:

— development of a stochastic mathematical model for the development of stresses over time, depending on the parameters included in the model. It is shown that the behavior of a person's reaction to stress, predicted by a mathematical model, corresponds to the previously mentioned experimental results.

— a study of the behavior in time of a person's reaction to stress for a situation that was not previously considered and in which the person is affected by a single stress of great intensity, as well as regular emotional imposition.

In conclusion, it is noted that the developed model not only makes it possible to theoretically explain the experimental data, but also significantly expand the scope of the studied effect of stress on personality. Thus, it turned out to be possible to predict the impact of a single impact, as well as to indicate a way to account for periodic intentional exposure (emotional suppression). In addition, the results can be used in the study of emotional stresses in the educational process in order to predict and consider them in practical activities.

**Keywords:** Holmes and Rae stress table and calculator, point random process, exponential response function, emotional load factor.

## Введение

Изучению стрессов, влияющих на поведение личности, и их связи с физическими заболеваниями посвящено множество публикаций. Основопологающей работой, по — видимому, следует считать [1], в которой отчетливо были представлены относительные величины стрессов (*life change units* — *LCUs*), сопровождающие типичные жизненные ситуации. Эти результаты были оформлены в виде таблицы, содержащей 43 типичные жизненные ситуации с соответствующими относительными величинами стрессов, которая получила название таблицы Холмса и Раэ.

Дальнейшие усилия исследований были направлены в том числе на определение связи между набранной в течение определенного времени суммой величины относительного стресса и вероятностью последующего заболевания в течение определенного времени. В [2] было проведено соответствующее исследование и сформулированы количественные соотношения между набранными баллами по шкале ХР и шансами заболеть в течение следующих двух лет.

В [3] изучалась стабильность во времени оценок жизненных ситуаций для контрольных участников и для участников с психологическими отклонениями. Отмечается, что расстановка событий по величине относительного стресса оставалась стабильной в обеих группах, в то время, как абсолютные величины относительного стресса были более стабильными в группе контрольных участников.

В [4] изучено состояние членов экипажа морских судов в течение полугодового плавания. Результаты свидетельствуют о том, что упомяну-

тая шкала может применяться для предсказания болезней, связанных со стрессом. Более того, в работе [5] изучалась связь между жизненными стрессами и психологической самозащитой от физических травм у лиц пожилого возраста. Сравнение 111 пациентов с переломом бедра с аналогичной группой пожилых людей без переломов показало отчетливую связь между количеством жизненных стрессов и указанными травмами.

Тем не менее, существуют и сомнения в полезности шкалы Холмса и Раэ, которые сводятся к следующему.

В шкалу включены как позитивные, так и негативные жизненные события, а также события, которыми можно управлять (например, вступление в брак), так и такие, события, которыми управлять нельзя (например, смерть друга).

В работе [6] указано, что в таблицу включены события, допускающие индивидуальной интерпретации. Так, выход на пенсию для одного человека может означать конец карьеры, в то время как для другого — долгожданную свободу.

Кроме того, существуют существенные различия в интерпретации жизненных ситуаций для разных типов культур. В [7] делается вывод том, что западные концепции стресса, на которых основана шкала Холмса и Раэ, может привести к искаженному пониманию природы и переживания стресса для другой части населения мира.

Несмотря на имеющуюся критику, шкала применяется с момента ее опубликования и вплоть до настоящего времени.

Целью работы является формулировка такой математической модели, которая позволила бы не только дать теоретическое объяснение экспериментальных результатов, применяемых в

калькуляторе стрессов, но и стать инструментом исследования влияния стрессов на личность в других условиях. Для достижения этой цели в работе приняты следующие основные допущения.

Считается, что личность подвергается стрессам, которые могут возникать в случайные локализованные моменты времени и интерпретируются как последовательность точек на временной оси, число и расположение которых является случайным.

Реакция личности на отдельный стресс описывается убывающей экспоненциальной функцией трех аргументов – текущего времени, случайного времени появления стресса, и величины стресса.

Реакция личности на последовательность стрессов является суммой откликов личности на отдельные стрессы, т.е. предполагается, что личность проявляет свойства линейности.

Для аналитического описания эмоциональной устойчивости личности вводится в рассмотрение коэффициент эмоциональной нагрузки, с применением которого получены кривые подтверждающие выводы калькулятора стрессов, а также получены новые результаты.

## 1. Стохастическая модель появления стрессов

Рассмотрим процесс появления стрессов, развивающийся в непрерывном времени, и предположим, что стрессы на оси времени возникают в определенных точках, положение и число которых является случайным. Это предположение является ключевым тезисом работы и вполне объяснимо самой природой возникновения стрессов.

Для учета относительных величин стрессов, введенных в рассмотрение Холмсом и Раэ, предположим, что каждая точка характеризуется величиной, которая может быть наглядно представлена как скачок определенной высоты. Таким образом, имеем случайный процесс появления точек, каждая из которых характеризуется величиной скачков.

Пусть наблюдение начинается в момент времени  $t_0$ , а через некоторое время  $t_1$  в текущий момент времени  $W_1$  появилась точка (стресс), через некоторое другое время  $t_2$  в текущий момент времени  $W_2$  появилась другая точка и т.д.

Введем в рассмотрение процесс  $N(t)$  счета точек, в которых возникали стрессы и назовем его процессом счета точек или счетным точечным процессом. Таким образом, процесс  $N(t)$  является кусочно-постоянным, имеет единичные приращения в моменты появления точек  $W_i$  и показывает, сколько точек появилось на интервале времени  $[t_0, t)$ .

Как уже указывалось, времена появления точек  $W_i$ , а поэтому и межточечные интервалы  $t_i$  и число точек  $N(t)$  являются случайными величинами.

Для создания стохастической модели появления случайных стрессов необходимо задать базовые вероятностные характеристики времен появления этих событий, их числа и их относительных величин. Далее обосновывается пуассоновская модель появления стрессов. Для простоты будем полагать, что появление стресса равносильно появлению точки на временной оси. Величину относительного воздействия, установленного таблицей Холмса и Раэ, будем называть меткой точки.

Рассмотрим произвольный интервал времени  $[s, t)$ , такой, что  $t - s = T$  и предположим, что число точек, появившихся к моментам времени  $t$  и  $s$  равно соответственно  $N(t)$  и  $N(s)$ . Обозначим через  $N(t, s) = N(t) - N(s)$  число точек, появившихся на этом интервале, а через  $P(N(t, s) = n)$  вероятность того, что это число точек окажется равным  $n$ .

Применим широко применяющееся в различных областях знаний предположение о том, что за малый промежуток времени  $T = \Delta t$  вероятность того, что точка появится пропорциональна некоторой константе с точностью до бесконечно малой по отношению к  $\Delta t$ :

$$P(N(t, s) = 1) = \lambda \Delta t + O(\Delta t), \quad (1.1)$$

Если дополнительно потребовать, чтобы точки появлялись независимо друг от друга, то распределение произвольного числа точек на интервале  $T$  является пуассоновским:

$$P(N(t, s) = n) = \frac{1}{n!} (\lambda T)^n e^{-\lambda T} \quad (1.2)$$

Непосредственными вычислениями легко установить, что математическое ожидание числа точек на интервале времени  $t - s$  равно

$$M[N(t, s)] = \lambda(t - s). \quad (1.3)$$

Условие (1.1) часто называют предположением редких событий, имея в виду, что появление больше одной точки на интервале  $\Delta t$  стремится к нулю. Однако необходимо сделать следующие пояснения. Из соотношения (1.3) следует, что математическое ожидание числа точек, появившихся на интервале времени  $T$  равно  $\lambda T$ , поэтому параметр  $\lambda$  характеризует интенсивность появления точек пуассоновского процесса, т.е. указывает среднее число точек, появляющихся в единицу времени, и имеет размерность [1/время]. Так, если рассматривается время реакции личности протяженностью в годы, то параметр  $\lambda$  будет характеризовать среднее число событий в год. При увеличении  $\lambda$  точки будут в среднем появляться чаще и наоборот.

Для того чтобы учесть относительную величину стресса  $u$ , введем в рассмотрение процесс подсчета величины стресса  $u(t)$  на интервале времени  $[t, s)$ :

$$u(t) \sum_{i=1}^{N(t)} u = uN(t) \quad (1.4)$$



Практический интерес представляет математическое ожидание  $Mu(t)$ , процесса  $u(t)$ , которое легко вычисляется с использованием свойств условных математических ожиданий:

$$Mu(t-s) = uM\{N(t, s)\} = u\lambda(t-s) \quad (1.5)$$

Смысл выражения (1.5) очевиден. Поскольку  $\lambda(t-s)$  является средним числом точек, появившихся на интервале времени  $[t, s]$ , то (1.5) является средней суммой относительных величин стрессов, возникших на этом интервале.

Подчеркнем, что все рассмотрение проведено в отношении стресса только одного из видов, упомянутых Холмсом и Раэ. В дальнейшем в рассмотрение будут включены все жизненные события и соответствующие им стрессы.

Очевидно, что осмысление, переживание, переработка стресса должно занимать некоторое время, причем чем больше времени прошло с момента появления стресса, тем меньше его остаточное воздействие на личность. Пусть процесс переработки личностью конкретного стресса описывается во времени функцией

$$h(t, W_i; u) = u \exp\left[-\frac{(t-W_i)}{\tau}\right], t \geq W_i$$

в которой  $t$  — текущее время,  $W_i$  — время появления очередного стресса номер  $i$ ,  $u$  — относительная величина стресса. Функция показывает, какая относительная величина стресса действует на личность в момент времени  $t$ , если стресс относительной величины  $u$  наступил в момент времени  $W_i < t$ . Отметим, что экспоненциальная функция отклика (1.9) широко применяется в физике и технике для описания реакции систем на входные воздействия [8, 9, 10].

Теперь остаточная относительная величина стресса  $y(t)$  к моменту времени  $t$  равна, очевидно, остаточной сумме всех стрессов, наступивших к этому моменту времени, и может быть записана в виде

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} h(t, W_i; u) \quad (1.6)$$

Процесс  $y(t)$  является случайным, поскольку порожден случайным пуассоновским процессом. Функция  $h$  в (1.6) называется откликом личности на каждое событие появления стресса с относительной величиной  $u$ . Скорость убывания функции  $y(t)$  при каждом появлении точки определяется постоянной времени  $\tau$ .

Поскольку суммарная относительная величина стресса, полученная к моменту времени  $t$  равна  $\sum_{i=1}^{N(t)} u = uN(t)$ , то переработанная, пережитая, освоенная случайная величина стресса равна

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} u - \sum_{i=1}^{N(t)} h(t, W_i; u) \quad (1.7)$$

В дальнейшем изучении основную роль играет такая неслучайная характеристика процесса  $\hat{y}(t)$ , как его математическое ожидание. Математическое ожидание процесса  $\hat{y}(t)$  на интервале времени  $[0, t]$  можно легко вычислить:

$$\begin{aligned} M\{\hat{y}(t)\} &= u\lambda t - u\lambda \int_0^t h(t, s) ds = \\ &= u\lambda t - u\lambda \tau \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] \end{aligned} \quad (1.8)$$

Выражение (1.8) является одним из основных результатов работы и используется в дальнейшем. Общая теория точечных случайных процессов приведена в работе [11, 12, 13].

Применение теории точечных случайных процессов в задачах описания когнитивных свойств личности содержится в работах [14, 15, 16]. Постоянная времени  $\tau$  определяет масштаб времени, в течение которого имеет смысл рассматривать поведение отклика. Например, если с момента  $W_i$  появления точки прошло время, равное постоянной времени, т.е.  $t - W_i = \tau$ , то  $h = u \exp(-1) \approx 0,37u$ , если равно трем постоянной времени, то  $h = u \exp(-3) \approx 0,05u$  и т.д.

В связи с этим в задаче определения эмоциональных характеристик эту константу естественно назвать характерным временем реакции личности на стресс или просто характерным временем реакции.

## 2. Стохастическая модель общей жизненной ситуации

Отметим, что все предпринятое рассмотрение относится к появлению только одного конкретного стресса. Поскольку жизненные ситуации предполагают возникновение стрессов разной природы, число которых может быть самым разным, то рассмотрим обобщение приведенных соотношений на эти ситуации.

Пусть теперь число стрессов, которые могут сопровождать личность, равно  $M$ , причем стресс каждого вида возникает в соответствии с пуассоновским процессом с индивидуальной интенсивностью появления событий  $\lambda_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, M$ . В таблице Холмса и Раэ число видов стрессов  $M$  равно 43. Теперь процесс возникновения стрессов развивается во времени как сумма  $M$  независимых пуассоновских процессов. Легко показать, что такая сумма процессов является также пуассоновским процессом с общей интенсивностью появления точек

$$\lambda(t) = \sum_{j=1}^M \lambda_j(t).$$

Теперь все предыдущие соотношения легко обобщаются с помощью введения в рассмотрение индивидуальных счетных процессов  $N_j(t)$  и индивидуальных процессов накопления меток

$u_j$ , сумма которых по аналогии с (1.4) подсчитывается как

$$u(t) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N(t)} u_j \quad (2.1)$$

Математическое ожидание процесса (2.1), которое обозначим через  $m$ , принимает вид

$$Mu(t) = m = \sum_{j=1}^M u_j \lambda_j. \quad (2.2)$$

Выражение для переработанных стрессов и экспоненциальной функции отклика принимает вид

$$M\{\hat{y}_\phi(t)\} = m_\phi t - m_\phi \tau \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (2.3)$$

вполне аналогичный (1.11).

В выражении (2.3) введен индекс  $\phi$ , указывающий на то, что это выражение описывает повседневную реакцию личности на текущие жизненные ситуации и, поэтому может быть названо реакцией на фоновые стрессы. Ниже будут введены в рассмотрение дополнительные стрессы, влиянию которых на личность и посвящена настоящая работа.

Константа  $m_\phi$  показывает среднюю интенсивность появления всех стрессов (число которых равно  $M$ ) в единицу времени и имеет, таким образом, размерность [средняя величина всех стрессов / время]. Математическое ожидание (2.3) показывает, таким образом, среднюю величину всех стрессов, переработанных личностью к моменту времени  $t$  и является ключевым выражением при исследовании стрессоустойчивости.

В [14] приведена таблица Холмса-Раэ из 43 типичных жизненных ситуаций с указанными ими величинами относительных стрессов, дополненная оценками пуассоновских интенсивностей  $\lambda_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, 43$ . появления таких стрессов. Подсчитанная в соответствии с формулой (1.6) средняя интенсивность появления стрессов равна  $m = 83,5$  [относительных единиц/год] или  $m = 6,96$  [относительных единиц/месяц]. Эта число означает, что в среднем в течение года (или месяца) возникает столько и таких жизненных событий, что средняя величина относительного стресса равна  $m$ . Эта оценка применяется в дальнейших расчетах.

### 3. Коэффициент эмоциональной нагрузки

Сформулируем следующую модель формирования и измерения эмоциональной нагрузки.

Будем полагать, что личность постоянно находится под воздействием эмоционального фона, причем величина воспринятых к моменту времени  $t$  относительных величин стрессов определяется выражением (2.3) в котором средняя интенсивность появления стрессов равна  $m$

$= 83,5$  [относительных единиц/год] или  $m = 6,96$  [относительных единиц/месяц].

Далее могут возникать дополнительные стрессы, математическое ожидание которых определяется аналогично выражению (2.3), но с учетом индивидуальной средней величины  $m_\phi$  дополнительных стрессов:

$$M\{\hat{y}_\phi(t)\} = m_\phi t - m_\phi \tau \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (3.1)$$

Введем в рассмотрение коэффициент  $K$ , характеризующий текущую, т.е. зависящую от текущего времени эмоциональную нагрузку

$$K = \frac{M\{\hat{y}_\phi(t, T)\}}{M\{\hat{y}_\phi(t, T) + \hat{y}_\phi(t)\}}. \quad (3.2)$$

Существенным является вопрос о времени начала действия фоновых стрессов и дополнительного стресса. Естественно предположить, что дополнительный стресс начинает действовать спустя некоторое время задержки  $T$  после начала действия фоновых стрессов. Поскольку  $T$  — это время, в течение которого действовал только эмоциональный фон, то оно может трактоваться как время адаптации личности или время привыкания или временем релаксации. С учетом этого замечания соотношение (2.3) для математического ожидания фоновых стрессов принимает вид

$$M\{\hat{y}_\phi(t, T)\} = m_\phi(t + T) - m_\phi \tau \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t + T}{\tau}\right) \right].$$

Введем в рассмотрение величину

$$M = m_\phi + m_\phi, \quad (3.3)$$

которая указывает на общую среднюю интенсивность появления относительных значений стресса, равную сумме интенсивности фоновых стрессов и интенсивности дополнительного стресса и имеющую, как уже указывалось, размерность [относительных единиц/год]. При времени появления стрессов в один год величина  $M$  равна относительной величине накопленных за год стрессов, которая и фигурирует в упомянутых работах и поэтому удобна для проведения сравнительного анализа действия на личность фоновых и дополнительных стрессов.

Легко заметить, что если дополнительные стрессы отсутствуют, то коэффициент  $K$  равен своему максимальному единичному значению и при возникновении дополнительных стрессов уменьшается для всех значений времени. Знаменатель выражения (3.2) показывает, очевидно, накопленный к моменту времени  $t$  воспринятый личностью средний уровень стресса с учетом времени адаптации  $T$ .

Это делает коэффициент удобным инструментом измерения уровня дополнительных стрессов и сравнения различных жизненных ситуаций и является одним из основных результатов настоящей работы.

#### 4. Исследование динамики эмоциональной устойчивости

Общая идея работ, посвященных экспериментальному исследованию влияния стрессов на дальнейшее здоровье личности состоит в том, что подсчитывается накопленное за один год суммарное значение относительного стресса и выявляется корреляция между этим значением и вероятностью заболевания в течение ближайших двух лет. Классическая формулировка реализации этой идеи, получившая название «калькулятор стрессов», состоит в следующем [17, 18].

При величине накопленного относительного стресса больше 300 ожидается высокий риск заболевания (80% случаев).

При величине накопленного относительного стресса больше 150 и до 300 ожидается умеренный риск заболевания (50% случаев).

При величине накопленного относительного стресса меньше 150 ожидается низкий риск заболевания.

В соответствии с этой формулировкой исследуем поведение во времени коэффициента эмоциональной нагрузки (3.1) для следующих условий.

Пусть фоновые стрессы с интенсивностью  $m_\phi$  воспринимается личностью с характерным временем реакции  $\tau = 1$  год на протяжении времени адаптации  $T = 1$  год, после чего возникают дополнительные стрессы с интенсивностью  $m_\phi$ , действующие в течение года (или 12 месяцев), после чего дополнительный стресс снимается и начинается процесс восстановления эмоционального состояния длительностью два года. Общий накопленный за год относительный уровень стресса при этом принимается равным 150, 200 или 300 относительным единицам. На рис. 1 представлены графики изменения коэффициента  $K$  в зависимости от времени, измеряемого в месяцах от начала действия дополнительных стрессов для указанных значений параметров.

Если условно считать, что при коэффициенте эмоциональной устойчивости  $K > 0,8$  личность не подвергается риску заболеваний. Из представленных графиков следует, что при  $M = 150$  относительных единиц риск заболевания минимален, т.к.  $K > 0,8$  для всего времени вычислительного эксперимента, при  $M = 200$  относительным единицам коэффициент  $K$  становится меньше 0,8, но в течение 12 месяцев приближается к этой величине, что можно трактовать как умеренный риск заболевания. При  $M = 300$  относительным единицам коэффициент  $K$  остается меньше 0,8 что можно трактовать как высокий риск заболевания.

Таким образом, результаты вычислений в целом соответствуют выводам калькулятора стрессов.

Соответствие при этом следует понимать, как совпадение оценок средних значений нако-

пленного стресса и соответствующего гипотетического уровня будущих заболеваний.

Новым научным результатом является возможность вычисления поведения коэффициента эмоциональной устойчивости для любых значений параметров, включенных в модель.

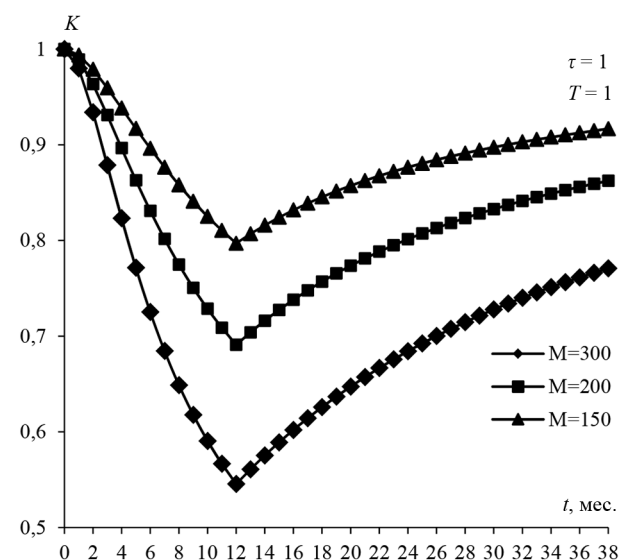


Рис. 1. Поведение коэффициента устойчивости. Параметр – накопленное относительное значение стресса

Fig.1. Behavior of the stability coefficient. Parameter - accumulated relative stress value

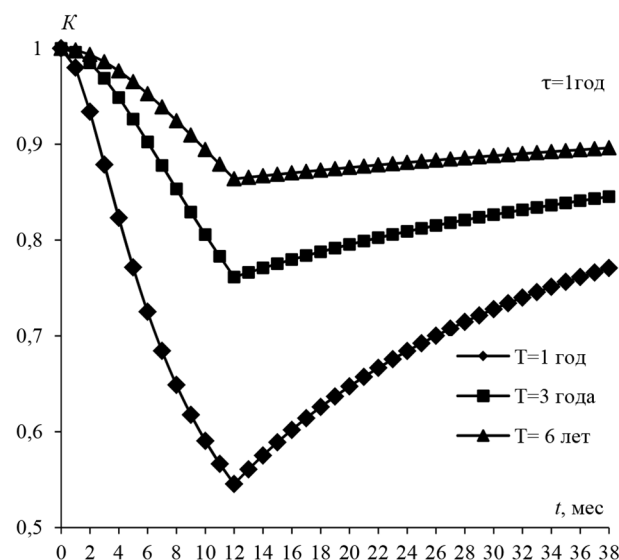


Рис. 2. Поведение коэффициента устойчивости. Параметр – время адаптации.

Fig.2. Behavior of the stability coefficient. The parameter is the adaptation time

Так, на рис. 2 представлено поведение коэффициента  $K$  для наиболее интересного случая накопленной величины относительного стресса  $M = 300$ . При этом постоянная  $\tau = 1$  год, время адаптации  $T$  равно 1 году, 3 годам и 6 годам. Графики показывают, что при увеличении времени

адаптации коэффициент  $K$  растет. Это эквивалентно уменьшению вероятности заболевания, что согласуется с интуитивным представлением.

Разработанная модель позволяет не только объяснить динамику эмоциональной устойчивости при наличии распределенного по времени дополнительного стресса, но и исследовать ранее не изучавшиеся ситуации.

В качестве примера рассмотрим действие единичного дополнительного стресса заданной относительной величины  $m_e$ . При этом в формуле (3.2) величина математического ожидания (3.1) дополнительного стресса заменяется в соответствии с (1.7) ( $W_i = 0$ ,  $N(t) = 1$ ) на величину единичного стресса

$$\hat{y}_e(t) = m_e - m_e \exp[-(t)/\tau].$$

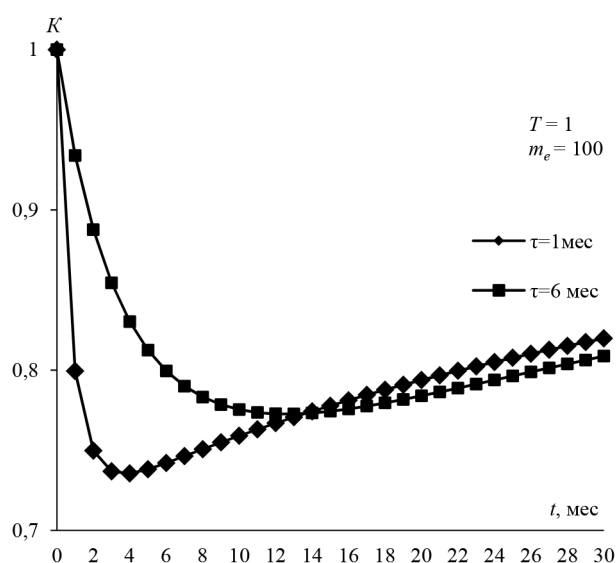


Рис. 3. Поведение коэффициента устойчивости при единичном воздействии. Параметр – постоянная времени реакции.

Fig.3. Behavior of the stability coefficient under a single impact. The parameter is the reaction time constant.

На рис. 3 представлен пример поведения коэффициента  $K$  для единичного стресса относи-

тельной величины 100 (максимальное значение для единичного стресса в таблице Холмса и Раэ) времени адаптации  $T$  равным одному году и разных постоянных. Из рисунка следует, что более реактивная личность ( $\tau = 1$  мес.) быстрее выходит за пределы принятого показателя  $K = 0,8$ , но и быстрее восстанавливается по сравнению с более заторможенной личностью ( $\tau = 6$  мес.).

Эта ситуация обобщается и на последовательность регулярных воздействий, которая может трактоваться как преднамеренное навязывание эмоциональной неустойчивости [19,20].

### Заключение

Разработанная модель является одним из результатов обширного исследования, посвященного изучению развития эмоциональных стрессов в образовательном процессе. Модель позволяет не только теоретически объяснить экспериментальные данные, но и значительно расширить рамки изучаемого влияния стресса на личность. Так, оказалось возможным предсказать влияние единичного воздействия, а также указать способ учета периодического преднамеренного воздействия (эмоционального подавления).

Многообразие психологических особенностей личности предполагает и весьма широкий диапазон изменчивости таких параметров, как принимаемая во внимание длительность предыдущего опыта, так и характерное время реакции личности на поступающие во времени раздражители. Научная ценность представленных результатов состоит в том, что могут быть получены количественные соотношения с учетом любых этих параметров и других характеристик реакции личности на стрессы.

Предметом дальнейших теоретических и соответствующих практических статистических исследований может быть установление соответствия между результатами применения модели и параметрами, сопровождающими процесс образования с целью его совершенствования.

### Литература

1. Holmes T.H., Rahe R.H., The social readjustment rating scale // Journal of Psychosomatic Research. 1967. Т. 11. С. 213–218.
2. Rahe R.H., Arthur R.J. Life change and illness studies: past history and future direction // J Human Stress. 1978. № 4(1). С. 3–15.
3. Gerst M. S., Grant I., Yager J., Sweetwood H. The reliability of the social readjustment rating scale: Moderate and long-term stability // Journal of Psychosomatic Research, 1978. № 22(6). С. 519–523
4. Rahe R.H., Biersner R.J., Ryman D.H., Arthur R.J. Psychosocial predictors of illness

behavior and failure in stressful training // J Health Soc. 1972. № 13(4). С. 393.

5. Peterson M., Allegrante J., Augurt A., Robbins L. MacKenzie C., Cornell C. Major life events as antecedents to hip fracture // Journal of Trauma-Injury Infection and Critical Care. 2000. № 48(6). С. 1096–1100.

6. Cohen S., Kamarck T., Mermelstein R. A global measure of perceived stress // Journal of Health and Social Behavior. 1983. № 24. С. 385–396.

7. Laungani P. Cross-cultural investigations of stress: Conceptual and methodological considerations // International Journal of Stress Management. 1996. № 3(1). С. 25–35.



8. Красовский А.А. Справочник по теории автоматического управления. М.: Наука, 1987. 712 с.
9. Пономарев В.М. Нелинейная оптимизация систем автоматического управления. М.: Машиностроение, 1970. 307 с.
10. Нетушил А.В. Теория автоматического управления. М.: Высшая школа, 1972. 432 с.
11. Donald L. Snyder, Michael I. Miller. Random Point Processes in Time and Space. Second Edition Springer-Verlag New York Inc, 1991. 488 с.
12. Donald L. Snyder. Random Point Processes. New York, London, Sydney, Toronto Wiley and Sons, 1975. 485 с.
13. Солодов А.В., Солодов А.А. Статистическая динамика систем с точечными процессами. М.: Наука, 1988. 284 с.
14. Солодов А.А., Трембач Т.Г. Стохастическая динамика эмоциональных характеристик когнитивных систем // Статистика и Экономика. 2020. Т. 17. № 5. С. 59–67.

15. Солодов А.А., Солодова Е.А. Анализ динамических характеристик случайных воздействий в когнитивных системах // Открытое образование. 2017. Т. 21. № 1. С. 4–13.
16. Солодов А.А. Анализ случайных факторов процесса самообразования // Открытое образование. 2016. Т. 20. № 4. С. 29–37.
17. Peter Noone. The Holmes–Rahe Stress Inventory // Occupational Medicine. 2017. № 67. С. 581–582.
18. Marksberry Kellie. «Holmes–Rahe Stress Inventory». The American Institute of Stress. Retrieved 2021-07-25.
19. Талей Н. Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости. М.: Колибри, 2012. 736 с.
20. Кузнецов О.П. Когнитивная семантика и искусственный интеллект // Искусственный интеллект и принятие решений. 2004. № 4. С. 32–42.

## References

1. Holmes T.H., Rahe R.H., The social readjustment rating scale. Journal of Psychosomatic Research. 1967; 11: 213–218.
2. Rahe R.H., Arthur R.J. Life change and illness studies: past history and future direction. J Human Stress. 1978; 4(1): 3–15.
3. Gerst M. S., Grant I., Yager J., Sweetwood H. The reliability of the social readjustment rating scale: Moderate and long-term stability. Journal of Psychosomatic Research. 1978; 22(6): 519–523
4. Rahe R.H., Biersner R.J., Ryman D.H., Arthur R.J. Psychosocial predictors of illness behavior and failure in stressful training. J Health Soc. 1972; 13(4): 393.
5. Peterson M., Allegrante J., Augurt A., Robbins L. MacKenzie C., Cornell C. Major life events as antecedents to hip fracture. Journal of Trauma-Injury Infection and Critical Care. 2000; 48(6):1096–1100.
6. Cohen S., Kamarck T., Mermelstein R. A global measure of perceived stress. Journal of Health and Social Behavior. 1983; 24: 385–396.
7. Laungani P. Cross-cultural investigations of stress: Conceptual and methodological considerations. International Journal of Stress Management. 1996; 3(1): 25–35.
8. Krasovskiy A.A. Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya = Handbook on the theory of automatic control. Moscow: Nauka Publishers; 1987. 712 p. (In Russ.)
9. Ponomarev V.M. Nelineynaya optimizatsiya sistem avtomaticheskogo upravleniya = Nonlinear optimization of automatic control systems. Moscow: Engineering; 1970. 307 p. (In Russ.)
10. Netushil A.V. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya = Theory of automatic control. Moscow:

Vyssshaya shkola = Higher school; 1972. 432 p. (In Russ.)

11. Donald L. Snyder, Michael I. Miller. Random Point Processes in Time and Space. Second Edition Springer-Verlag New York Inc; 1991. 488 p.
12. Donald L. Snyder. Random Point Processes. New York, London, Sydney, Toronto Wiley and Sons; 1975. 485 p. (In Russ.)
13. Solodov A.V., Solodov A.A. Statisticheskaya dinamika sistem s tochechnymi protsessami = Statistical dynamics of systems with point processes. Moscow: Nauka Publishers; 1988. 284 p. (In Russ.)
14. Solodov A.A., Trembach T.G. Stochastic dynamics of emotional characteristics of cognitive systems. Statistika i Ekonomika = Statistics and Economics. 2020; 17; 5: 59–67. (In Russ.)
15. Solodov A.A., Solodova Ye.A. Analysis of the dynamic characteristics of random influences in cognitive systems. Otkrytoye obrazovaniye = Open education. 2017; 21; 1: 4–13. (In Russ.)
16. Solodov A.A. Analysis of random factors in the process of self-education. Otkrytoye obrazovaniye = Open education. 2016; 20; 4: 29–37. (In Russ.)
17. Peter Noone. The Holmes–Rahe Stress Inventory. Occupational Medicine. 2017; 67: 581–582.
18. Marksberry Kellie. «Holmes–Rahe Stress Inventory». The American Institute of Stress. Retrieved 2021-07-25. (In Russ.)
19. Taleb N. Chernyy lebed'. Pod znakom nepredskazuyemosti = Black Swan. Under the sign of unpredictability. Moscow: Hummingbird; 2012. 736 p. (In Russ.)
20. Kuznetsov O.P. Cognitive semantics and artificial intelligence. Iskusstvennyy intellekt i prinyatiye resheniy = Artificial intelligence and decision making. 2004; 4: 32–42. (In Russ.)



**Сведения об авторах**

**Александр Александрович Солодов**

Д.т.н., профессор, профессор кафедры  
Прикладной математики и программирования  
Российский государственный университет  
им. А.Н. Косыгина, Москва, Россия  
E-mail: aasol@rambler.ru

**Елена Александровна Солодова**

Психологическая практика,  
Харен, Нидерланды  
Эл. почта: alyasolodova@gmail.com

**Татьяна Германовна Трембач**

Старший преподаватель кафедры И13  
Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет),  
Москва, Россия  
E mail: tat-trembach@yandex.ru

**Information about the authors**

**Aleksandr A. Solodov**

Cand. Sci. (Engineering), Professor, Professor  
of the Department of Applied Mathematics and  
Programming  
A.N. Kosygin Russian State University, Moscow, Russia  
E-mail: aasol@rambler.ru

**Elena A. Solodova**

Clinical psychologist, Psychotherapist, Supervisor,  
MSc., Psychologist Practice in the Netherlands, Haren  
E mail: alyasolodova@gmail.com

**Tatyana G. Trembach**

Senior lecturer, Department I13  
Moscow Aviation Institute  
(National Research University),  
Moscow, Russia  
E-mail: tat-trembach@yandex.ru