УДК 378.14
DOI: http://dx.doi.org/10.21686/2500-3925-2021-1-67-74

А.А. Солодов

Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина
(Технологии. Дизайн. Искусство). Москва, Россия

Стохастический метод дисконтированных денежных потоков

Метод дисконтированных денежных потоков – ДДП (discounted cash flows – DCF) является одним из основных и популярных методов экономической оценки бизнеса, который используется во всем мире. Однако реальное поведение бизнес-проектов, оценка которых была произведена этим методом, очень часто отличается от прогнозировавшегося, причем разница может составлять десятки раз.

Следует отметить, что в настоящее время методу дисконтированных денежных потоков посвящена обширная литература, однако отсутствуют какие-либо аналитические аргументы больших расхождений между теорией и практикой применения метода.

***Целью исследования** является теоретическое объяснение присущих методу дисконтированных денежных потоков ошибок прогнозирования.*

***Метод исследования** связан с анализом традиционного метода дисконтированных денежных потоков, который показывает, что ключевым показателем, влияющим на конечный результат, является чистый доход за некоторый период времени. Анализируя экономическое содержание потоков, фигурирующих в формировании чистого дохода, можно сделать вывод о том, что для предприятия торгового типа денежный поток поступлений, связанный с текущими операциями является существенно случайным и, следовательно, требует применения методов стохастического описания.*

В работе предложена математическая модель упомянутого денежного потока. Предполагается, что событие, связанное с покупкой (денежным поступлением) моделируется на оси времени точкой со случайным временем появления. Тогда, очевидно, и число появившихся точек n на фиксированном интервале времени будет случайным числом. Приводится обоснование того, что точечный процесс является пуассоновским случайным точечным процессом или просто пуассоновским точечным процессом, в котором времена появления точек $W_1, W_2, \ldots, W_i$ и их число N(t) к моменту времени t являются случайными величинами. Вводится в рассмотрение функция $\lambda(t)$ характеризующая среднее число денежных поступлений (покупок) за единицу времени. С экономической точки зрения она определяется потребительским предпочтениями покупателей, а с математической является функцией интенсивности появления точек пуассоновского процесса.

Денежные величины покупок, сделанных покупателями, описываются случайными положительными величинами u_i, которые возникают в моменты W_i наступления событий покупок моделируют случайный процесс поступлений денежных средств на предприятии. Введение в рассмотрение случайного пуассоновского потока поступлений предприятия и их величин, которые также являются случайными положительными величинами с произвольным распределением вероятностей, является ключевым предположением работы.

Предложенный подход позволил разработать стохастическую модель поступлений предприятия, обобщить метод дисконтированных денежных потоков, получить ряд простых соотношений и на этой основе объяснить рост ошибки прогноза метода с увеличением длительности горизонта прогнозирования.

***Новыми результатами** исследования являются применение стохастических методов для описания поступлений бизнеса и полученные на этой основе выражения для дисперсии и среднеквадратического отклонения чистого денежного потока предприятия в зависимости от числа периодов прогнозирования. Показано, что рост среднеквадратического отклонения чистого денежного потока, т.е. ошибки прогнозирования, является принципиальной особенностью метода в данной интерпретации. Для первоначальных оценок получено простое выражение и приведены соответствующие графики.*

***В заключении** отмечается, что представленные графики поведения среднеквадратического отклонения оценок метода показывают, что оценка снизу упомянутого отклонения медленно растет с увеличением числа периодов прогнозирования и зависит только от числа периодов. Отмечается, что указанный рост вычисляется по отношению к первому периоду прогнозирования, который сам может содержать погрешности, и определяется только покупательскими предпочтениями. Конечно, можно выбрать период прогнозирования не месяц, а, например, год, но тогда и погрешность первого периода будет значительно увеличена.*

Таким образом, предпринятое рассмотрение дает возможность объяснить некоторые аспекты роста ошибки метода дисконтированных денежных потоков со временем прогнозирования.

***Ключевые слова:** метод дисконтированных денежных потоков, пуассоновское распределение, ошибки прогнозирования.*

Aleksander A. Solodov

Kosygin Russian State University, Moscow, Russia

Stochastic Method of Discounted Cash Flows

The method of discounted cash flows (DCF) is one of the main and popular methods of economic assessment of business, which is used all over the world. However, the actual behavior of business projects evaluated by this method often differs from that predicted, and the difference can be tens of times.

It should be noted that at present, the discounted cash flow method is a subject of extensive literature, but there are no analytical arguments for large discrepancies between the theory and practice of the method.

***The aim of the study** is to provide a theoretical explanation of the forecasting errors inherent in the discounted cash flow method.*

***The research method** is related to the analysis of the traditional method of discounted cash flows, which shows that the key indicator that affects the final result is the net income for a certain period of time. Analyzing the economic content of the flows that appear in the formation of net income, we can conclude that for a trade-type enterprise, the cash flow of receipts associated with current operations is significantly random and, therefore, requires the use of stochastic description methods.*

The paper offers a mathematical model of the mentioned cash flow. It is assumed that the event associated with a purchase (cash receipt) is modeled on the time axis by a point with a random time of occurrence. Then, obviously, the number of points n that appear on a fixed time interval will be a random number. A justification is given for the fact that the point process is a Poisson random point process or simply a Poisson point process, in which the times of occurrence of points W1 ,W2 , …, Wi and their number N(t) at time t are random

variables. We introduce the function λ(t), which characterizes the average number of cash receipts (purchases) per unit of time. From an economic point of view, it is driven by consumer preferences of buyers, and from a mathematic point of view it is a function of the intensity of appearance of points of the Poisson process.
The monetary values of purchases made by customers are described by random positive ui values which arise at the Wi moments of the occurrence of shopping events, simulate a random process of cash receipts at the enterprise.
Introduction to the consideration of the random Poisson flow of business receipts and their values, which are also random positive values with an arbitrary probability distribution, is the key assumption of the work.
The proposed approach allowed us to develop a stochastic model of the company's revenues, generalize the method of discounted cash flows, obtain a number of simple ratios, and on this basis explain the growth of the method forecast error with an increase in the duration of the forecast horizon.
***New results** of the study are the use of stochastic methods to describe business revenues and expressions obtained on this basis for the variance and standard deviation of the company's net cash flow, depending on the number of forecasting periods. It is shown that the growth of the standard deviation of the net cash flow, i.e. the forecasting errors, is a fundamental feature of the method in this interpretation. For the initial estimates, a simple expression is obtained and corresponding graphs are given.*
***In conclusion,** it is noted that the presented graphs of the behavior of the standard deviation of the method estimates show that the estimate from below of the mentioned deviation slowly grows with an increase in the number of prediction periods and depends only on the number of periods. It is noted that this growth is calculated in relation to the first forecast period, which itself may contain errors, and it is determined only by consumer preferences. Of course, you can choose the forecast period not a month, but, for example, a year, but then the error of the first period will be significantly increased.*
Thus, this review makes it possible to explain some aspects of the growth of the error of the discounted cash flow method with the forecast time.

***Keywords:** discounted cash flow method, Poisson distribution, forecasting errors.*

Введение

Метод дисконтированных денежных потоков широко освещен как в литературе, посвященной общей теории временной ценности денег [1–7], так и в многочисленных приложениях этого метода для оценки бизнеса и недвижимости [8–17]

Несмотря на широкую распространенность метода, существуют претензии как по его методологии, так и по точности получаемых с его помощью оценок [18–20].

Так, например, в работе [19] указывается: «... путем имитационных экспериментов на компьютере методом Монте-Карло была исследована точность метода дисконтированных денежных потоков на конкретном примере рыночной оценки предприятия при реальном изменении случайных и неопределенных факторов – исходной информации и внутренних параметров модели, значения которых определяются оценщиком. Стоимости дисконтированных денежных потоков в этих экспериментах при варьировании факторов в реальном диапазоне изменялись от 10 до 230 млн. долларов. То есть, при изменении параметров модели в "разумных" пределах верхняя "разумная", "доказуемая" с помощью метода DCF стоимость предприятия отличалась от нижней также "разумной", "доказуемой" стоимости в 23 (в двадцать три) раза! Эти эксперименты убедительно иллюстрируют нулевую ценность метода DCF для объективной оценки бизнеса предприятий и поистине его бесценность для "заказной" оценки».

Далее автор этой работы приводит результаты расчетов методом DCF стоимостей пакетов акций нескольких компаний, проведенных ведущими мировыми аудиторскими компаниями. «Недавно мы перенесли модели двух из четырех этих бумажных отчетов в Excel и полностью воспроизвели расчеты как при имеющихся на тот момент прогнозах по цене продукции на момент оценки, так и при реально осуществившихся за прошедшие годы, а также новых на сегодняшний день прогнозах за оставшиеся годы прогнозного периода. Результаты оказались просто сногсшибательными. Оказалось, что стоимости пакетов акций этих двух из четырех компаний, оцененных в 2002–2003, оказались заниженными не в 2–3 раза, как мы ранее приближенно оценили, а в 5–6 (в пять–шесть) раз!»

Таким образом, точность метода дисконтированных денежных потоков, по крайней мере, по данным автора цитированной статьи, является совершенно неудовлетворительной. В настоящее время отсутствуют работы, содержащие аналитическое объяснение таких больших расхождений.

1. Метод дисконтированных денежных потоков

В методических целях приведем краткое описание метода дисконтированных денежных потоков. Имеется множество публикаций, посвященных данной теме, однако будем придерживаться работы [21], в которой предложена весьма последовательная и аргументированная математическая модель упомянутого метода.

Пусть имеется объект, который приносит чистые годовые доходы NOI_i. Владелец (продавец) при возникновении вопроса о продаже объекта хотел бы, естественно, остаться не в проигрыше. Это значит, что он продаст объект при условии эквивалентности денег, вырученных за объект, и денег, получаемых от владения объектом (в виде доходов и возможной будущей его продажи) в течение n лет его «жизни». Аналогично рассуждает и покупатель, только теперь речь идет об эквивалентности денег, получаемых от владения объектом (в виде доходов и возможной будущей его продажи) в течение n лет его «жизни», и денег, отданных за объект. Поэтому справедливым как с точки зрения продавца, так и покупателя представляется равенство

$$S_n^{пр} = S_n^{пок}, \qquad (1.1)$$

где $S_n^{пр}$ – количество денег продавца на счете в банке (под понятием «банк» подразумевается наиболее выгодная и одинаково доступная для продавца и покупателя возможность увеличения капитала) через n лет от вложения суммы, PV – выручки за объект,
$S_n^{пок}$ – количество денег от владения объектом покупателя (снятых со счета в банке, куда ежегодно вносились доходы NOI_i от использования объекта, и вырученных от его продажи по остаточной стоимости через n лет).

Если сделка купли-продажи состоится, то разумный продавец может ожидать, что деньги PV, вырученные за объект (цена объекта), он разместит так, что они будут «расти» по закону сложных процентов:

$$S_n^{пр} = PV\prod_{i=1}^{n}\left[1+r^{пр}(i)\right], \qquad (1.2)$$

где $r^{пр}(i)$ – ставки дохода на вложенный в банк капитал продавца в i-м году.

Разумный покупатель также имеет возможность размещать чистые годовые доходы NOI_i так, чтобы через n лет его капитал составлял вместе с остаточной стоимостью объекта $S_{ост}$ сумму

$$\begin{aligned} S_n^{пок} &= \sum_{k=1}^{n} NOI_k \times \prod_{i=k+1}^{n}\left[1+r^{пок}(i)\right] + S_{ост} = \\ &= NOI_1 \times\left[1+r^{пок}(2)\right]\times\left[1+r^{пок}(3)\right]\times\ldots\times \\ &\times\left[1+r^{пок}(n)\right] + NOI_2 \times\left[1+r^{пок}(3)\right]\times \\ &\times\left[1+r^{пок}(4)\right]\times\ldots\times\left[1+r^{пок}(n)\right]+\ldots+NOI_i\times \\ &\times\left[1+r^{пок}(i+2)\right]\times\left[1+r^{пок}(i+3)\right]\times\ldots\times \\ &\times\left[1+r^{пок}(n)\right]+\ldots+NOI_n+S_{ост}, \end{aligned} \qquad (1.3)$$

где $r^{пок}(i)$ – ставки дохода на вложенный в банк капитал покупателя.

Объединяя (1.1), (1.2) и (1.3), получаем ожидаемую цену сделки купли-продажи объекта, справедливую как с точки зрения продавца, так и с точки зрения покупателя:

$$PV = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} NOI_k \times \prod_{i=k+1}^{n}\left[1+r^{пок}(i)\right] + NOI_n}{\prod_{k=1}^{n}\left[1+r^{пр}(i)\right]} + \frac{S_{ост}}{\prod_{k=1}^{n}\left[1+r^{пр}(i)\right]}. \qquad (1.4)$$

Во многих реальных ситуациях ставки дохода можно заменить одной $r^{пр}(i) = r^{пок}(i) = r(i)$, а формула (1.4) после преобразований примет вид

$$PV = \sum_{k=1}^{n}\frac{NOI_k}{\prod_{i=1}^{k}\left[1+r(i)\right]} + \frac{S_{ост}}{\prod_{i=1}^{n}\left[1+r(i)\right]}. \qquad (1.5)$$

Это хорошо известная формула дисконтирования чистых доходов и реверсии остаточной стоимости объекта.

Из соотношения (1.5) можно получить другие известные модели для оценки бизнеса, в частности, формулы Гордона, Инвуда, Хоскольда и другие.

2. Вероятностная модель прогноза движения денежных средств

Приведенный вывод основного соотношения (1.5) показывает, что ключевым показателем, влияющим на конечный результат, является чистый доход за период NOI_i. (i-номер периода, в котором производится выплата процентов за пользование деньгами). Таким образом, возникает необходимость оценки этого показателя с учетом случайности фигурирующих при его подсчете денежных потоков. Чтобы не вдаваться в терминологические споры (часто возникающие) будем придерживаться терминологии, применяемой в отчете о движении денежных средств. Всего в отчете имеется три раздела – денежные потоки от текущих операций, денежные потоки от инвестиционных операций, денежные потоки от финансовых операций. Каждый из потоков состоит из поступлений и платежей, разность которых (сальдо) и составляет чистый доход за отчетный период.

Анализируя экономическое содержание упомянутых потоков, можно сделать вывод о том, что для предприятия торгового типа денежный поток поступлений, связанный с текущими операциями является существенно случайным по очевидным причинам и, следовательно, требует применения методов стохастического описания.

Разработаем математическую модель упомянутого денежного потока. Будем полагать, что событие, связанное с покупкой (денежным поступлением) моделируется на оси времени точкой со случайным временем появления. Тогда, очевидно, и число появившихся точек n на фиксированном интервале времени будет случайным числом.

Рассмотрим произвольный интервал времени $[s, t)$, такой, что $t - s = T$ и предположим, что число точек, появившихся к моментам времени t и s равно соответственно $N(t)$ и $N(s)$. Обозначим через $N(t, s) = N(t) - N(s)$ число точек, появившихся на этом интервале, а через $P(N(t, s) = n)$ вероятность того, что это число точек окажется равным n .

Применим широко применяющееся в различных областях знаний предположение о том, что за малый промежуток времени $T = \Delta t$ вероятность того, что точка появится пропорциональна некоторой константе λ с точностью до бесконечно малой по отношению к Δt и что вероятность появления за это время двух и более точек стремится к нулю:

$$P(N(t, s) = 1) = \lambda\Delta t + O(\Delta t),\ P(N(t, s) > 1) = O(\Delta t) \qquad (2.1)$$

Если дополнительно потребовать, чтобы точки появлялись независимо друг от друга, то распределение произвольного числа точек на интервале $t - s = T$ является пуассоновским:

$$P\left(N(t,s)=n\right)=\frac{1}{n!}(\lambda T)^n e^{-\lambda T} \qquad (2.2)$$

Таким образом, будем теперь полагать, что точечный процесс является пуассоновским случайным точечным процессом или просто пуассоновским точечным процессом, в котором времена появления точек W_1, W_2, ..., Wi и их число $N(t)$ к моменту времени t являются случайными величинами. Межточечные временные интервалы равны, очевидно, $t_i = W_{i+1} - W_i$. Если теперь в (2.2) λ является функцией времени, то процесс становится неоднородным пуассоновским процессом с распределением

$$P\left[N(t,s)=n\right]=\frac{1}{n!}\left[\int_t^s \lambda(\tau)d\tau\right]^n \exp(-\int_t^s \lambda(\tau)d\tau), \quad (2.3)$$

Функция $\lambda(t)$ характеризует среднее число денежных поступлений (покупок) за единицу времени и определяется, очевидно, потребительскими предпочтениями покупателей.

Для определения денежных величин покупок, сделанных покупателями, введем в рассмотрение цены покупок в качестве случайных положительных меток u_i, которые возникают в моменты W_i наступления событий и моделируют случайный процесс поступлений денежных средств на предприятии. Введем в рассмотрение процесс накопления меток $\{u(t),\ t \geq t_0\}$ на интервале времени $[t, s)$:

$$u(t)=\sum_{i=1}^{N(t)} u_i\left(W_i\right), \qquad (2.4)$$

который, очевидно, является случайной величиной и определяет величину поступлений предприятия от момента начала наблюдений до текущего момента времени.

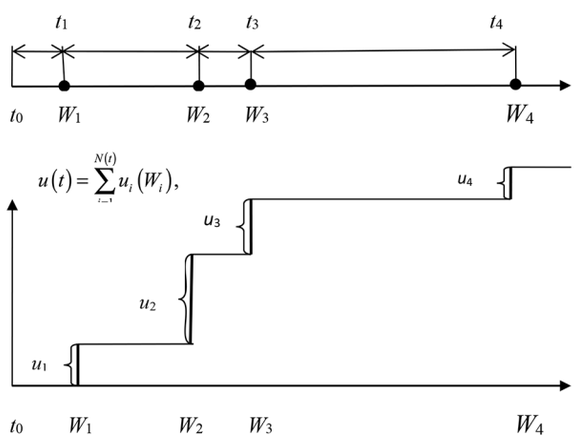

Рис. 1. Формирование случайного точечного процесса и процесса накопления меток

Введение в рассмотрение случайного пуассоновского потока поступлений предприятия и их величин, которые также являются случайными положительными величинами с произвольным распределением вероятностей, является ключевым предположением данной работы.

На рисунке 1 представлен типичный процесс формирования случайных точек, возникающих в случайные моменты времени W_i, указаны межточечные временные интервалы t_i и иллюстрируется формирование случайной суммы $u(t)$ случайных величин u_i.

Вероятностные характеристики процесса (2.4) могут быть получены различными методами. Ключевые числовые характеристики процесса, используемые в дальнейшем – математическое ожидание и дисперсия – определяются выражениями [22, 23].

$$M\left[u(t)\right]=M[u]\Lambda(t)=M[u]\int_0^t \lambda(s)ds \qquad (2.5)$$

$$D\left[u(t)\right]=M\left[u^2\right]\Lambda(t)=M\left[u^2\right]\int_0^t \lambda(s)ds \qquad (2.6)$$

В формулах (2.5) и (2.6) стоят начальные моменты случайных величин меток. В зависимости от существа рассматриваемой задачи метки могут принимать либо дискретные значения из счетного множества, или значения из непрерывного множества.

Для иллюстрации будем полагать, что предприятие представляет собой магазин с товарами для продажи. Все товары, число которых равно M можно пересчитать с помощью индекса, например, κ, а соответствующие цены обозначить через u_κ. Клиент (в торговом предприятии это покупатель) совершает покупку стоимостью u_κ с вероятностью p_k. Тогда математическое ожидание (среднее значение) стоимости всех покупок всех покупателей в соответствии с общей формулой (2.5) принимает вид

$$M[u]=\sum_{k=1}^{M} u_k p_k \int_0^t \lambda(s)ds \qquad (2.7)$$

Дисперсия стоимости всех покупок в соответствии с (2.6) вычисляется по формуле

$$D\left[u(t)\right]=M\left[u^2\right]\int_0^t \lambda(s)ds=\sum_{k=1}^{M} u_k^2 p_k \int_0^t \lambda(s)ds \quad (2.8)$$

В формуле (2.8) стоит начальный момент второго порядка случайной величины u_κ,

$$M\left[u^2\right]=\sum_{k=1}^{M} u_k^2 p_k, \qquad (2.9)$$

который входит в формулу для дисперсии.

Распределение вероятностей p_k практически может быть приближенно получено на основании статистической обработки результатов наблюдения на конкретном предприятии, однако для теоретических исследований и предварительных оценок могут быть применены следующие рациональные предположения.

Будем полагать, что упомянутое распределение вероятностей существует для положительных значений переменной (смыслом которой является цена, выраженная в денежной форме), заключенной в конечном промежутке (минимальная и максимальная цена). Дальнейшее упрощение состоит в том, что имеется некоторый товар (группа товаров) вероятность покупки которого максимальна, а вероятность покупки товаров большей или меньшей стоимости симметрично уменьшается. Это означает, что распределение является симметричным относительно своего математического ожидания и существует в положительной ограниченной области. Сумма всех вероятностей должна быть равна, конечно, единице. Примерами таких распределений могут быть треугольное или параболическое, для которых величина (2.9) легко вычисляется.

Для оценки ключевого показателя метода дисконтированных денежных потоков NOI_i с учетом случайности фигурирующих при его подсчете денежных потоков будем придерживаться терминологии, применяемой в бухгалтерском отчете о движении денежных средств. Для предприятия торгового типа основной денежный поток поступлений связан с текущими операциями.

Другие денежные потоки (как поступления, так и платежи) формируются по плану деятельности предприятий, как правило, осуществляются в заранее намеченное время. Конечно, существуют платежи, величина которых зависит от поступлений (например, налоговые платежи, платежи в связи с оплатой труда работников, часто и платежи поставщикам). Таким образом, в целях обобщенного анализа денежных потоков будем считать, что чистый доход за период определяется соотношением

$$NOI_k = u_k(t) - A_k u_k(t) - B_k, \qquad (2.10)$$

$$u_k(t) = \sum_{i=1}^{N_{ki}(t)} u_{ik}, \qquad (2.11)$$

где $N_k(t)$ – общее число покупок по ценам u_{ik} за время $[t_{k-1}, t_k)$, A_k – коэффициент, показывающий долю случайных платежей от суммы поступлений, B_k – величина неслучайных платежей, сальдированная на величину неслучайных поступлений.

Вычисляя математическое ожидание и дисперсию от (2.10) с учетом формул (2.5), (2.10) и (2.11), получим:

$$M\left[NOI_k\right] = \left(1 - A_k\right) M\left(u_k\right) \int_{k-1}^{t_k} \lambda(s) ds - B_k \qquad (2.12)$$

$$D\left[NOI_k\right] = \left(1 - A_k\right)^2 M\left[u_k^2\right] \int_{k-1}^{t_k} \lambda(s) ds \qquad (2.13)$$

Соотношения (2.12) и (2.13) определяют средний чистый денежный поток за период и его дисперсию и могут быть названы прогнозом чистого денежного потока за период. Как и ранее, функция $\lambda(t)$ определяет интенсивность покупок (интенсивность покупательских предпочтений). Если $\lambda(t)$ являются случайной, то, очевидно, в формулах (2.12) и (2.13) необходимо вычислить математическое ожидание по функции $\lambda(t)$. Предполагается, кроме того, что вероятностное распределение стоимости покупок таково, что математическое ожидание и второй момент не зависят от номера периода.

Содержательным результатом является соотношение (2.13) для дисперсии чистого денежного потока, по которому можно оценить точность прогноза движения денежных средств.

3. Стохастическое обобщение метода дисконтированных денежных потоков

Сосредоточим внимание на формуле (1.5) для чистой приведенной стоимости бизнеса через n периодов.

Применим стохастический вариант формулы (1.5), а именно, заменим в ней детерминированный денежный поток за период NOI_k его стохастическим обобщением (2.10). В результате получим:

$$PV = \sum_{k=1}^{n} \frac{u_k\left(1 - A_k\right) - B_k}{\prod_{i=1}^{k}\left[1 + r(i)\right]} + \frac{S_{ост}}{\prod_{i=1}^{m}\left[1 + r(i)\right]}. \qquad (3.1)$$

В формуле (3.1) случайным процессом в соответствии с (1.9) является $u_k(t)$. Вычислим с учетом соотношений (2.12) и (2.13) математическое ожидание и дисперсию от обеих частей (3.1), учитывая, что процесс $u_k(t)$ имеет независимые приращения:

$$M\left[PV_n\right] = \sum_{k=1}^{n} \frac{\left(1 - A_k\right)^2 M\left(u_k^2\right) \int_{t_{k-1}}^{t_n} \lambda(s) ds}{\left(\prod_{i=1}^{k}\left[1 + r(i)\right]\right)^2} \qquad (3.2)$$

$$D\left[PV_n\right] = \sum_{k=1}^{n} \frac{\left(1 - A_k\right)^2 M\left(u_k^2\right) \int_{t_{k-1}}^{t_n} \lambda(s) ds}{\left(\prod_{i=1}^{k}\left[1 + r(i)\right]\right)^2} \qquad (3.3)$$

Изучим оценку дисперсии (3.3). Пусть

$$C = \min_k \frac{\left(1 - A_k\right)^2 M\left(u_k^2\right)}{\left(\prod_{i=1}^{k}\left[1 + r(i)\right]\right)^2}. \qquad (3.4)$$

Тогда

$$D\left[PV_n\right] > C \sum_{k=1}^{n} \int_{t_{k-1}}^{t_n} \lambda(s) ds = C \int_0^{T = t_n} \lambda(s) ds, \qquad (3.5)$$

где – n конечный номер периода прогнозирования, $T = t_n$ – горизонт прогнозирования.

Из формулы (3.5) следует принципиальный вывод о том, что дисперсия чистого денежного

потока всегда увеличивается с увеличением горизонта прогнозирования и может изменяться в широких пределах, как в начальный период прогнозирования, так и в последующие периоды. Определение адекватной продолжительности горизонта прогнозирования не является тривиальной задачей. По сложившейся в странах с развитой рыночной экономикой практике горизонт прогнозирования для оценки предприятия может составлять от 5 до 10 лет. В странах с переходной экономикой, в условиях нестабильности, где адекватные долгосрочные прогнозы особенно затруднительны, в отдельных ситуациях допустимо сокращение прогнозного периода до 3 лет [24].

Из вывода соотношения (1.5), а вслед за ним и (3.1) следует, что количество периодов n зависит только от принятого в модели периода выплаты процентов на инвестированные средства. Обычно таким периодом является год. Однако прогноз движения денежных средств составляют значительно более подробный, например, с шагом в один месяц. Пусть такой период прогнозирования равен ΔT. Тогда, очевидно, в формуле (3.5) время горизонта прогнозирования можно представить в виде $T = m\Delta T$ (m – новое число периодов прогнозирования). Поскольку вычисление константы C в (3.5) связано с дополнительными предположениями и допущениями, будем оперировать с относительной дисперсией, приведенной к первому периоду прогнозирования ($m = 1$), т.е. рассчитывать отношение $\frac{D[PV_m]}{D[PV_1]}$, которое с учетом (3.5) принимает вид

$$\frac{D[PV_m]}{D[PV_1]} = \frac{\int_0^{m\Delta T} \lambda(s)\,ds}{\int_0^{\Delta T} \lambda(s)\,ds}. \qquad (3.6)$$

Для получения простых первоначальных оценок предположим, что функция $\lambda(t)$ не зависит от времени на всем горизонте прогнозирования и равна λ Тогда оценка (3.6) примет вид

$$\frac{D[PV_m]}{D[PV_1]} = m.$$

Оценки (3.3) и (3.5) выражаются в квадратах денежных единиц, поэтому удобно изучать поведение отношения соответствующих среднеквадратических отклонений σ, которое принимает, очевидно, вид

$$\frac{\sigma[PV_m]}{\sigma[PV_1]} = \sqrt{m}.$$

а среднеквадратическое отклонение на периоде прогнозирования номер m равно

$$\sigma[PV_m] = \sigma[PV_1]\sqrt{m}. \qquad (3.7)$$

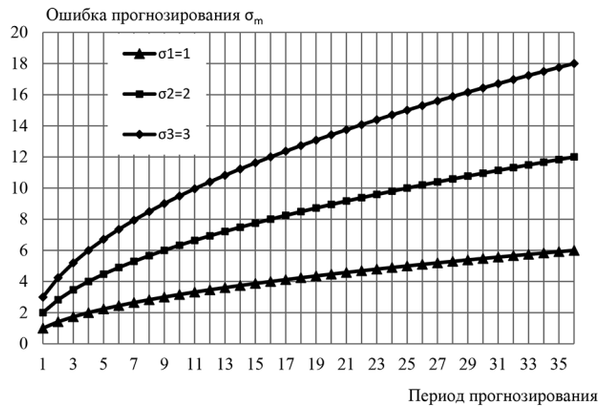

Рис. 2. Изменение среднеквадратического отклонения чистого денежного потока

Графики поведения указанной величины представлены на рис. 2 и показывают, что оценка снизу относительного среднеквадратического отклонения медленно растет с увеличением числа периодов прогнозирования и зависит только от числа периодов. Это, конечно, является следствием сделанного упрощения о неизменности функции интенсивности пуассоновского процесса.

Еще раз подчеркнем, что указанный рост вычисляется по отношению к первому периоду прогнозирования, который сам может содержать погрешности, и определяется только покупательскими предпочтениями. Конечно, можно выбрать период прогнозирования не месяц, а, например, год, но тогда и погрешность первого периода будет значительно увеличена.

Таким образом, предпринятое рассмотрение дает возможность объяснить некоторые аспекты роста ошибки метода дисконтированных денежных потоков со временем прогнозирования.

Заключение

В работе рассмотрено вероятностное обобщение метода дисконтированных денежных потоков. Случайные денежные потоки моделируются пуассоновским процессом с известной функцией интенсивности появления поступлений и случайными величинами этих поступлений с произвольной функцией распределения. Получены выражения среднеквадратического отклонения оценок метода дисконтированных денежных потоков, которые объясняют рост ошибок со временем и дают возможность рассчитать диапазон возможных изменений этих оценок.

Дальнейшие исследования могут быть проведены с целью получения абсолютных значений ошибок путем обоснования конкретных законов распределения случайных величин денежных поступлений и вычисления на этой основе оценки (3.3).

Литература

1. Аткинсон Э.А., Банкер Р.Д., Каплан Р.С., Юнг М.С. Управленческий учёт. СПб.: ООО «Диалектика», 2019. 880 с.
2. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: ФАЗИС, 1998. Т. 1. Факты. Модели, 512 с.
3. Фальцман В.К., Крылатых Э.Н. Интенсивный курс МВА: Учеб. Пособие. М.: ИНФРА-М, 2011. 544 с.
4. Кочович Е. Финансовый анализ. М.: Финансы и статистика, 2004.
5. Ковалев В.В. Введение в финансовый менеджмент. М.: Финансы и статистика, 2000.
6. Ефимова О.В. Финансовый анализ. М.: Бухгалтерский учет, 1999.
7. Виленский П.Л., Лившиц В.Л., Орлова Е.Р., Смапяк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов. АНХ при Правительстве РФ. М.: Дело, 1998.
8. Богатин Ю., Швандар В. Оценка и бизнес. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
9. Беренс Варнер, Хавранек Питер М. Руководство по оценке эффективности инвестиций / Пер. с англ. М.: ИНФРА - М, 2005.
10. Шеремет А.Д. Финансы предприятий. М.: ИНФРА-М, 2003.
11. Федотова М.А., Уткин Э.А. Оценка недвижимости и бизнеса. Учебник. М.: ЭКМОС, 2003.
12. Оценка бизнеса: Учебник. / Под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. М.: Финансы и статистика, 2004.
13. Бейли Дж., Гордон А., Шарп У. Инвестиции: пер. с англ. М.: ИНФРА-М, 2001 – XII, 1028 с.
14. Валдайцев С.В. Управление инвестиционными рисками. СПб: Изд-во СПбГУ, 1999.
15. Воронцовский А.В. Управление рисками: учеб. пособие. 2-е изд. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2000; ОЦЭиМ, 2004. 458 с.
16. Граникова Л.Ф. Оценка стоимости предприятия: уч. пособие. Тверь: ТГТУ, 2007. 140 с.
17. Грязнова А.Г., Федотова М.А. Оценка стоимости предприятия (бизнеса): уч. пособие. М.: Интерреклама, 2003. 544 с.
18. Зимин В.С., Тришин В.Н. Прогнозирование и анализ точности метода дисконтированных денежных потоков. Ретроспективное обозрение ранее выполненных отчетов // Имущественные отношения в РФ. 2006. №7(58). С. 27–35.
19. Тришин В.Н. О методе дисконтированных денежных потоков и стандартах оценки // Московский оценщик. 2007. № 1. 23–37.
20. Дамодаран А. Инвестиционная оценка. Инструменты и методы оценки любых активов. М.: Альпина Бизнес Букс, 2004.
21. Михайлец В.Б. Еще раз о ставке дисконтирования в оценочной деятельности и методах доходного подхода // Вопросы оценки. 2005. № 1. С. 2–13.
22. Donald L. Snyder, Michael I. Miller. Random Point Processes in Time and Space. Second Edition Springer-Verlag New York Inc, 1991.
23. Солодов А.А. Пуассоновская модель товарооборота торгового предприятия. В сборнике: Юбилейный сборник научных трудов кафедры прикладной математики и программирования по итогам работы постоянно действующего семинара «Теория систем». Сборник научных трудов постоянно действующего семинара «Теория систем». М.: 2020. С. 230–237.
24. Криворотов В.В., Мезенцева.О.В. Управление стоимостью; оценочные технологии в управлении предприятием: учебное пособие по специальности «Финансы и кредит». М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2009.

References

1. Atkinson E.A., Banker R.D., Kaplan R.S., Yung M.S. Upravlencheskiy uchot = Management Accounting. St. Petersburg: OOO Dialektika; 2019. 880 p. (In Russ.)
2. Shiryayev A. N. Osnovy stokhasticheskoy finansovoy matematiki = Foundations of stochastic financial mathematics. Moscow: FASIS; 1998; 1. Facts. Models; 512 p. (In Russ.)
3. Fal'tsman V.K., Krylatykh E.N. Intensivnyy kurs MVA: Ucheb. Posobiye = Intensive MBA course: Textbook. Benefit. Moscow: INFRA-M; 2011. 544 p. (In Russ.)
4. Kochovich Ye. Finansovyy analiz = Financial analysis. Moscow: Finance and Statistics; 2004. (In Russ.)
5. Kovalev V.V. Vvedeniye v finansovyy menedzhment = Introduction to Financial Management. Moscow: Finance and Statistics; 2000. (In Russ.)
6. Yefimova O.V. Finansovyy analiz = The financial analysis. Moscow: Accounting; 1999. (In Russ.)
7. Vilenskiy P.L., Livshits V.L., Orlova Ye.R., Smapyak S.A. Otsenka effektivnosti investitsionnykh proyektov. ANKH pri Pravitel'stve RF = Evaluation of the effectiveness of investment projects. ANKh under the Government of the Russian Federation. Moscow: Delo; 1998. (In Russ.)
8. Bogatin YU., Shvandar V. Otsenka i biznes = Assessment and business. Moscow: UNITY-DANA; 2004. (In Russ.)
9. Berens Varner, Khavranek Piter M. Rukovodstvo po otsenke effektivnosti investitsiy = Guidelines for assessing the effectiveness of investments tr. from Eng. Moscow: INFRA – M; 2005. (In Russ.)
10. Sheremet A.D. Finansy predpriyatiy = Enterprise finance. Moscow: INFRA – M; 2003. (In Russ.)

11. Fedotova M.A., Utkin E.A. Otsenka nedvizhimosti i biznesa. Uchebnik = Real estate and business valuation. Textbook. Moscow: EKMOS; 2003. (In Russ.)

12. Otsenka biznesa: Uchebnik = Business Valuation: A Textbook ed. A.G. Gryaznovoy, M.A. Fedotovoy. Moscow: Finance and Statistics; 2004. (In Russ.)

13. Beyli Dzh., Gordon A., Sharp U. Investitsii = Investments: tr. from Eng. Moscow: INFRA-M; 2001 – XII; 1028 p. (In Russ.)

14. Valdaytsev S.V. Upravleniye investitsionnymi riskami = Investment risk management. St. Petersburg: Publishing house of SPbSU; 1999. (In Russ.)

15. Vorontsovskiy A.V. Upravleniye riskami: ucheb. Posobiye = Risk management: textbook. allowance. 2nd ed. St. Petersburg: Publishing house of SPbSU; 2000. OTSEiM; 2004. 458 p. (In Russ.)

16. Granikova L.F. Otsenka stoimosti predpriyatiya = Assessment of the value of the enterprise: Tutorial Tver': TSTU; 2007; 140 p. (In Russ.)

17. Gryaznova A.G., Fedotova M.A. Otsenka stoimosti predpriyatiya (biznesa) = Assessment of the value of an enterprise (business):Tutorial. Moscow: Interreklama; 2003. 544 p. (In Russ.)

18. Zimin V.S., Trishin V.N. Forecasting and analysis of the accuracy of the discounted cash flow method. Retrospective review of previously executed reports. Imushchestvennyye otnosheniya v RF = Property relations in the RF. 2006; 7(58): 27-35. (In Russ.)

19. Trishin V.N. On the method of discounted cash flows and valuation standards. Moskovskiy otsenshchik = Moscow appraiser. 2007; 1: 23-37. (In Russ.)

20. Damodaran A. Investitsionnaya otsenka. Instrumenty i metody otsenki lyubykh aktivov = Investment appraisal. Tools and methods for evaluating any assets. Moscow: Alpina Business Books; 2004. (In Russ.)

21. Mikhaylets V.B. Once again about the discount rate in appraisal activities and methods of the income approach. Voprosy otsenki = Evaluation issues. 2005; 1: 2-13. (In Russ.)

22. Donald L. Snyder, Michael I. Miller. Random Point Processes in Time and Space. Second Edition Springer-Verlag New York Inc, 1991.

23. Solodov A.A. Poisson model of trade turnover. V sbornike: Yubileynyy sbornik nauchnykh trudov kafedry prikladnoy matematiki i programmirovaniya po itogam raboty postoyanno deystvuyushchego seminara «Teoriya sistem». Sbornik nauchnykh trudov postoyanno deystvuyushchego seminara «Teoriya sistem» = In the collection: Anniversary collection of scientific papers of the Department of Applied Mathematics and Programming based on the results of the permanent seminar «Systems Theory». Collection of scientific papers of the permanent seminar «Systems Theory». Moscow: 2020: 230-237. (In Russ.)

24. Krivorotov V.V., Mezentseva.O.V. Upravleniye stoimost'yu; otsenochnyye tekhnologii v upravlenii predpriyatiyem: uchebnoye posobiye po spetsial'nosti «Finansy i kredit» = Cost management; appraisal technologies in enterprise management: a textbook for the specialty «Finance and Credit». Moscow: UNITY-DANA; 2009. (In Russ.)

Сведения об авторе

Александр Александрович Солодов
д.т.н., профессор, профессор кафедры Прикладной математики и программирования
Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство), Москва, Россия
Эл. почта: aasol@rambler.ru

Information about the author

Aleksander A. Solodovnikov
Dr. Sci. (Engineering), Professor,
Professor of the Department of Applied Mathematics and Programming
Kosygin Russian State University,
Moscow, Russia.
E-mail: aasol@rambler.ru