

# ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

УДК 330.45

**Олег Анатольевич Косоруков**,  
д.т.н., профессор кафедры Математических методов в экономике, Российский экономический университет им. Г.В.Плеханова  
Тел.: 8 (903) 594-63-90  
Эл. почта: kosorukovoa@mail.ru

**Ольга Александровна Свиридова**,  
ассистент кафедры Математических методов в экономике, Российский экономический университет им. Г.В.Плеханова  
Тел.: 8 (916) 555-11-99  
Эл. почта: olshan@list.ru

Статья посвящена актуальному сегодня подходу к оптимизации систем управления запасами, основанному на минимизации издержек с учетом неопределенности. В статье описана имитационно-оптимизационная математическая модель принятия решений по вопросам управления деятельностью торговой компании.

*Ключевые слова:* системы управления запасами, минимизация издержек, неопределенность, имитационно-оптимизационная модель.

**Oleg A. Kosorukov**,  
Doctorate of Engineering, Professor, the Department of Mathematical Methods in Economics, Plekhanov Russian University of Economics  
Tel.: 8 (903) 594-63-90  
E-mail: kosorukovoa@mail.ru

**Olga A. Sviridova**,  
Assistant, the Department of Mathematical Methods in Economics, Plekhanov Russian University of Economics  
Tel.: 8 (916) 555-11-99  
E-mail: olshan@list.ru

## SIMULATION MODELING IN THE STOCHASTIC PROBLEM OF STOCK MANAGEMENT

The article is devoted to popular and important approach to optimization of stock management systems, which is based on costs minimization with account of uncertainties. The simulation and optimization mathematical model of decision-making for management of a trading company is described in the article.

*Keywords:* stock management systems, costs minimization, uncertainty, simulation and optimization model.

## 1. Введение

На практике многие системы управления запасами содержат элемент неопределенности как по отношению к времени поставки, так и относительно спроса. Нетрудно также показать, что спрос изменяется во времени, т.е. среднее значение спроса колеблется в течение года. Проблемы, связанные с неопределенностью времени поставки заказа и изменением значения спроса во времени, являются особенно сложными. В таких ситуациях вряд ли можно применять детерминированные математические модели. Необходимо привлечение других методов, например, имитационного моделирования.

Исходя из особенностей бизнеса, можно сделать некоторые предположения о поведении описываемой системы, например, можно предположить, что спрос изменяется в соответствии с известными законами распределения, например нормальным распределением. Или интересующие нас характеристики можно получить на основе эмпирических данных, содержащих фактические значения спроса или сроков доставки товаров.

Важной проблемой торговой компании является выбор партнеров – поставщиков, транспортных компаний и кредитных организаций. Сегодня на рынке функционируют и предлагают свои услуги множество компаний, параметры которых очень противоречивы. Поставщики предлагают различные закупочные цены, разные посредники могут предложить различные условия поставки. Многие закупщики считают, что цена дистрибьютора всегда выше, чем у производителя, а дилер назначает большую стоимость, чем дистрибьютор. Теоретически это так, но для отдельно взятой компании может быть совсем по-другому. Необходимо сравнить, какой оборот у производителя, дистрибьютора или дилера. И какой оборот по этому товару у рассматриваемой компании? Дистрибьюторы, закупая у производителя огромное количество товара, получают такие скидки, что могут предложить цены даже ниже, чем производитель. Производителю невыгодно иметь дело с мелкими клиентами, поскольку объем их закупок составляет десятые или даже сотые доли процента от его продаж.

В таком разнообразии вариантов зачастую невозможно сделать выбор аналитическим путем, а за оптимальным выбором контрагентов скрываются дополнительные возможности получения прибыли и снижения затрат.

Существуют традиционные методы оценки и выбора контрагентов такие, как, например, балльный метод или метод анализа иерархий. Проблема заключается в рациональном выборе методики, так как у каждого метода есть свои недостатки: степень субъективности оценки, рассмотрение большого количества критериев для оценки обширной, далеко не всегда однозначной информации и др.

Преимуществом имитационно-оптимизационного подхода является возможность смоделировать деятельность компании в различных условиях, увидеть результат в каждом случае и сделать обоснованный выбор в пользу наилучшего сочетания контрагентов.

## 2. Имитационно-оптимизационная модель

Описываемая модель основана на принципе сбалансированности издержек торговой компании различного характера, и выборе такого равновесного размера заказываемого товара, а также объема заемных средств в каждом периоде, которые приводят к минимальному уровню ожидаемых общих издержек компании за все периоды.

Особенности и допущения модели:

- модель описывает деятельность торговой компании в области управления запасами за определенный временной отрезок, состоящий из  $n$  периодов одинаковой длины;
- потенциальными партнерами торговой компании являются несколько поставщиков, транспортных компаний, доступны несколько видов кредитного продукта;
- специфика бизнеса такова, что лицу, принимающему решение, необходимо сформировать график поставок на рассматриваемый временной отрезок, при

этом определить оптимальную комбинацию партнеров по бизнесу – у какого поставщика оформить заказ, какой транспортной компанией доставлять заказы, а также выбрать наиболее подходящий кредитный продукт;

- компания реализует несколько видов товаров, каждый товар характеризуется набором параметров (цена, стоимость хранения, закупочная стоимость), известным в каждом периоде;
- существует неопределенность относительно спроса на товары, а также относительно времени доставки товара;
- имитационная модель определяет такие оптимальный объем заказа товаров каждого вида в каждом периоде, а также оптимальную комбинацию партнеров и привлекаемого кредита, при которых общие ожидаемые затраты проекта будут минимальными;
- общие издержки компании представить в виде функции:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5,$$

где

**Затраты на хранение запаса**  $I_1$  отражают затраты на содержание запаса на складе, включают в себя стоимость хранения, содержания и ухода.

**Потери от дефицита товара**  $I_2$  включают потенциальные потери прибыли из-за отсутствия запаса при условии наличия спроса.

**Затраты на транспортировку**  $I_3$ .

**Затраты на обслуживание кредита**  $I_4$  включают в себя начисленные проценты за пользование кредитом.

**Затраты на приобретение заказа**  $I_5$  включают в себя расходы, связанные с размещением заказа у поставщика.

В данной постановке издержки на приобретение заказа не будут включаться в целевую функцию описываемой модели.

• В модели возможно использование только краткосрочных форм кредита сроком на один период. В таком виде кредитования денежные средства можно взять в начале периода, а вернуть в конце. Проценты по кредиту начисляются по ставке данного периода по формуле простых процентов:

$$A_i = D_i(1 + r_i),$$

где  $D_i$  – сумма кредита в периоде  $i$ ,  
 $A_i$  – сумма возврата в периоде  $i$ ,  
 $r_i$  – ставка процента по кредиту в периоде  $i$ .

Моделями такого вида кредитования могут быть, например, кредитные линии, овердрафты, коммерческое краткосрочное кредитование.

В данной модели рассматривается кредитная линия с лимитом выдачи, т.е. общая сумма предоставленных заемщику денежных средств в рамках кредитной линии не превышает максимального лимита в размере  $D''$ , так существует условие в виде минимального размера кредита  $D'$ .

• Если компания не возвращает кредит в конце периода, то сумма долга переносится на следующий период, проценты начисляются по той же схеме.

• Сумма издержек за хранение берется усредненно за период и зависит только от количества товаров на складе и стоимости хранения в данном периоде.

### 3. Описание работы модели

Входные данные.

$c_{ij}$  – цена товара  $j$  в периоде  $i$

$z_{ij}$  – стоимость хранения товара  $j$  в периоде  $i$

$s_{ij}$  – закупочная стоимость товара  $j$  в периоде  $i$ .

$F_{ij}$  – минимальный размер заказа у поставщика.

$p_i$  – стоимость доставки у транспортной компании в периоде  $i$

$r_i$  – процентная ставка по кредиту

$t_i$  – длина периода  $i$

$L_{0j}$  – начальные запасы товара  $j$

$\Delta_0$  – начальные денежные средства.

Обозначим также:

$d_{ij}$  – спрос на товар  $j$  в периоде  $i$  – случайная величина

$\tau_i$  – время доставки транспортной компанией товаров, заказанных в периоде  $i$  – случайная величина

Необходимо найти:

$x_{ij}$  – количество заказываемого товара  $j$  в периоде  $i$

Критерий оптимизации – минимум общих ожидаемых издержек.

Дополнительно обозначим

$D_i$  – сумма кредита в периоде  $i$

$Q_{ij}$  – количество доставленных товаров  $j$  в периоде  $i$

$$Q_{ij} = \begin{cases} x_{i-1,j}, & \tau_{i-1} \geq t_{i-1}, \tau_i \geq t_i \\ x_{i-1,j} + x_{ij}, & \tau_{i-1} \geq t_{i-1}, \tau_i < t_i \\ x_{ij}, & \tau_{i-1} < t_{i-1}, \tau_i < t_i \end{cases} \quad (1)$$

$M_{ij}$  – количество товаров  $j$  на складе на начало периода  $i$

$$M_{ij} = Q_{ij} + L_{i-1,j} \quad (2)$$

$K_{ij}$  – объем реализованных товаров  $j$  в периоде  $i$

$$K_{ij} = \min(d_{ij}, M_{ij}) \quad (3)$$

$L_{ij}$  – остаток товара  $j$  на конец периода  $i$

$$L_{ij} = M_{ij} - K_{ij} \quad (4)$$

$d'_{ij}$  – неудовлетворенный спрос

$$d'_{ij} = d_{ij} - K_{ij}. \quad (5)$$

Движение запасов в периоде представлено на рисунке:

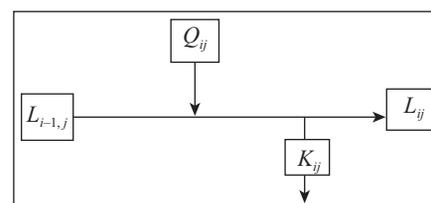


Рис. 1. Схематическое представление изменения запаса товара  $j$  в периоде  $i$ .

$P_{ij}$  – выручка от продажи товаров  $j$  в периоде  $i$

$$P_{ij} = K_{ij} \cdot c_{ij}, \quad P_i = \sum_j P_{ij} \quad (6)$$

$D_i = \max\{0; \sum_j x_{ij} \cdot s_{ij} - \Delta_{i-1}\}$  – размер кредита в периоде  $i$ .

$\Delta_i$  – остаток денежных средств на конец периода  $i$

$$\Delta_i = \Delta_{i-1} + D_i - \sum_j x_{ij} \cdot s_{ij} - \sum_j p_i \cdot x_{ij} - \sum_j L_{ij} \cdot z_{ij} + \sum_j P_{ij} - D_i \cdot (1 + r_i) \quad (8)$$

Затраты на хранение для всех продуктов в периоде  $i$ :

$$I_{1i} = \sum_j L_{ij} \cdot z_{ij} \quad (9)$$

Затраты, связанные с дефицитом для всех продуктов в периоде  $i$ :

$$I_{2i} = \sum_j d'_{ij} \cdot c_{ij} \quad (10)$$

Затраты на транспортировку в периоде  $i$ :

$$I_{3i} = \sum_j p_i \cdot x_{ij} \quad (11)$$

Затраты, связанные с возвратом кредита в периоде  $i$ :

$$I_{4i} = (D_i \cdot r_i) \quad (12)$$

Затраты на формирование заказа в периоде  $i$ :

$$I_{5i} = \sum_j x_{ij} \cdot s_{ij} \quad (13)$$

Движение денежных потоков в каждом периоде схематично представлено на рисунке:

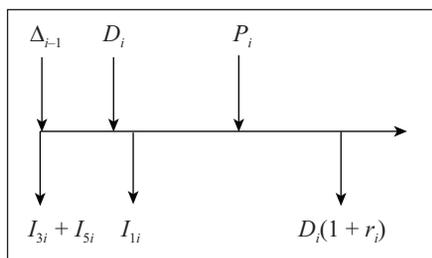


Рис. 2. Условное представление денежных потоков в периоде  $i$ .

Тогда с учетом обозначений издержки запишутся:

Издержки хранения:

$$I_1(x) = \sum_i I_i = \sum_i \sum_j L_{ij} \cdot z_{ij} \quad (14)$$

Издержки дефицита:

$$I_2(x) = \sum_i I_{2i} = \sum_i \sum_j d'_{ij} \cdot c_{ij} \quad (15)$$

Транспортные издержки:

$$I_3(x) = \sum_i \sum_j p_i \cdot x_{ij} \quad (16)$$

Кредитные издержки:

$$I_4(x) = \sum_i I_{4i} = \sum_i (D_i \cdot r_i) \quad (17)$$

Общие издержки:

$$I(x) = I_1(x) + I_2(x) + I_3(x) + I_4(x) \quad (18)$$

Заметим, что, поскольку  $\tau_i, d_{ij}$  – случайные величины, то и зависящие от них  $Q_{ij}, M_{ij}, d'_{ij}$  – также случайные величины, однако законы их распределения не выводятся аналитически.

Критерием оптимизации в данном случае выступает минимум общих ожидаемых затрат. Таким образом, мы переходим к средним ожидаемым издержкам:

Сгенерируем в нашей имитационной модели 1000 случайных значений спроса и времени доставки, тогда средние издержки рассчитаются как:

$$\bar{I}_1(x) = \frac{I_1^1(x) + \dots + I_1^{1000}(x)}{1000} \quad (19)$$

$$\bar{I}_2(x) = \frac{I_2^1(x) + \dots + I_2^{1000}(x)}{1000} \quad (20)$$

$$\bar{I}_3(x) = \frac{I_3^1(x) + \dots + I_3^{1000}(x)}{1000} \quad (21)$$

$$\bar{I}_4(x) = \frac{I_4^1(x) + \dots + I_4^{1000}(x)}{1000} \quad (22)$$

$$\bar{I}(x) = \frac{I^1(x) + \dots + I^{1000}(x)}{1000} \quad (23)$$

Итак, стохастическая имитационно-оптимизационная модель миними-

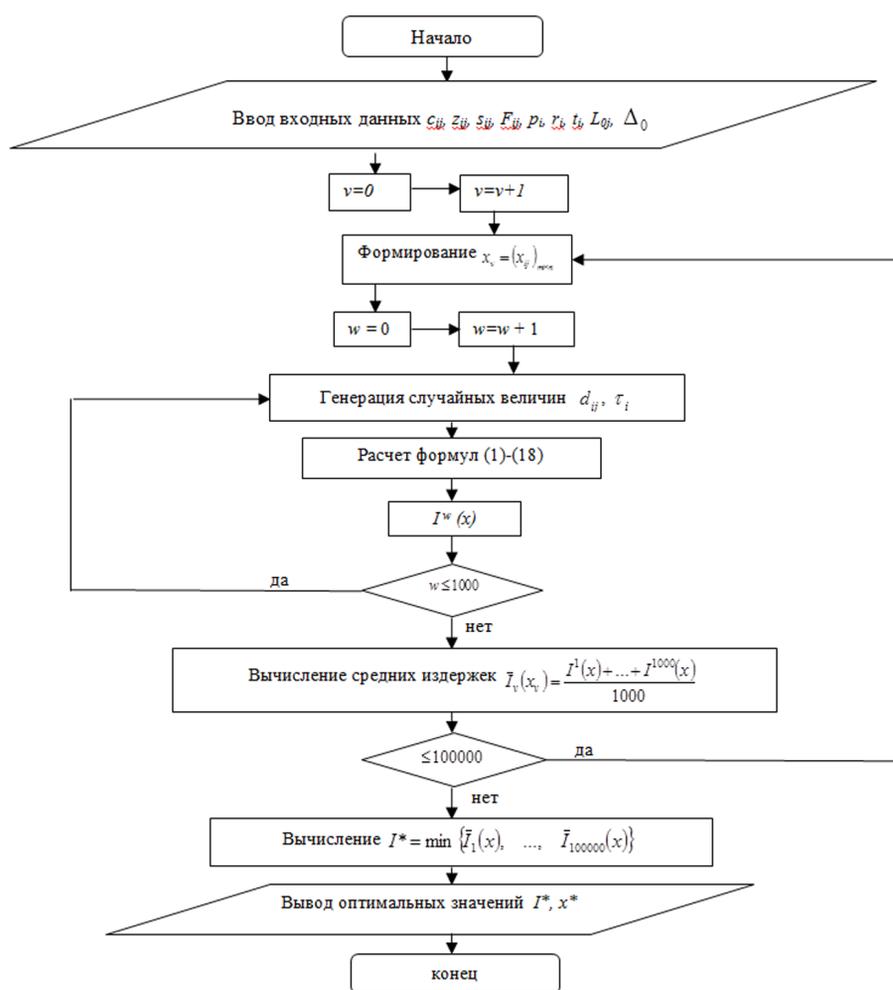


Рис. 3. Алгоритм работы модели

зации издержек системы управления запасами будет выглядеть следующим образом:

$$\bar{I}(x) \rightarrow \min_x \quad x_{ij} \geq F_{ij} \quad x_{ij} \geq 0, I = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$$

Для выполнения поставленной задачи можно использовать возможности оптимизационной надстройки RISKOptimizer для Microsoft Excel, которая сочетает технологии имитационного моделирования надстройки @RISK (надстройка для анализа рисков компании Palisade) с генетическим алгоритмом оптимизации, что позволяет строить оптимизационные модели, включающие неопределенность различного характера.

#### 4. Алгоритм работы модели.

См. рис. 3.

#### 5. Заключение.

Имитационный подход позволяет в процессе определения стратегии и правил принятия решений по управлению деятельностью торговой организации

видеть реальные процессы и ситуации, что в свою очередь дает возможность для обоснованного выбора действий в условиях неполноты информации о будущем.

Построив модель, которая правильно рассчитывает заказ, для различных комбинаций параметров поставщиков, транспортных компаний и кредита (т.е. рассчитав модель с разными исходными данными), можно найти оптимальное сочетание условий для функционирования компании с минимальными затратами.

#### Литература

1. Косоруков О.А. Методы количественного анализа в бизнесе: Учебник – М.: ИНФРА-М, 2005. – 368с.
2. Бродецкий Г.Л. Управление запасами: учеб. пособие – М.: Эксмо, 2007. – 400 с.

#### References

1. Kosorukov O. A. Methods of quantitative analysis in business. – М.:INFRA-M, 2005. – 368p.
2. Brodetskiy G. L. Inventory Management: Ucheb. posobie. – М.: EKSMO, 2007. – 400 p.