УДК 517.977.5
DOI: http://dx.doi.org/10.21686/2500-3925-2020-2-72-81

Е.В. Касаткина, Д.Д. Вавилова

Ижевский государственный технический университет
имени М.Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Математическая модель оптимального развития экономики предприятия

Цель исследования. *Производственная сфера предприятия представляет собой динамичную систему денежных, материальных и информационных потоков, в рамках которых формируется конечный продукт, распределяемый между инвестициями в производственный капитал и собственным потреблением. Задача выбора оптимальных пропорций распределения конечного продукта является актуальной и практически значимой для корпораций развивающихся экономик. Целью данной работы является, используя математическое моделирование, выявить стратегию оптимального развития коммерческого предприятия, исходя из объемов капиталовложений в факторы производства и норм потребления и накопления прибыли предприятия.*

Материалы и методы. *Для получения научных результатов использованы общенаучные и специфические методы исследования: анализ, синтез, сравнение, системный анализ, параметрический анализ, экономико-математические и статистические методы исследования. Теоретической основой исследования являются фундаментальные работы и публикации российских и зарубежных ученых в области исследования оптимального управления экономической системой предприятия. Авторами предложен методический подход, который отличает их исследование от других – представлена математическая модель сбалансированного развития экономики хозяйствующего субъекта, где в качестве факторов социально-экономического развития рассмотрены производственный капитал, трудовые ресурсы и интеллектуальный капитал. Информационной базой исследования являются данные финансовой и бухгалтерской отчетности Публичного акционерного общества «Нефтяная компания «Роснефть» за период 2006–2018 гг.*

Результаты. *Выделены факторы развития экономики предприятия, среди которых, помимо традиционного подхода, включающего капитал и трудовые ресурсы, вводится в основной производственный фактор интеллектуальный капитал. В качестве стоимостной оценки интеллектуального капитала предприятия используется затратный метод. На основании цикла воспроизводства деятельности предприятия сформирована математическая модель, описывающая динамику экономики предприятия и учитывающая капиталовложения в факторы производства и нормы потребления и накопления прибыли. Критериальным функционалом в задаче оптимального управления выступает дисконтированная прибыль предприятия. В качестве управления выбрана функция, характеризующая долю инвестирования в основные производственные фонды, а в качестве состояния системы – отношение величины основных производственных фондов к интеллектуальному капиталу. Для получения аналитического решения задачи оптимального управления используется принцип максимума Понтрягина. Математическая модель оптимального управления апробирована для экономической системы предприятия ПАО «НК «Роснефть».*

Заключение. *Моделирование динамики производственного капитала, трудовых ресурсов и интеллектуального капитала ПАО «НК «Роснефть» и результаты решения задачи их оптимального управления показывают, что для удержания производственного предприятия на траектории сбалансированного роста потребуется 55% чистой прибыли направлять на развитие интеллектуального капитала предприятия, 35% чистой прибыли – на улучшение состояния производственного капитала ПАО «НК «Роснефть». С учетом оптимального управления в перспективе на 2019–2022 гг. прогнозируется ежегодный темп прироста выручки 19,9%, основных производственных фондов – 16,2% и годовой чистой прибыли компании – 9,7%.*

Ключевые слова: *экономическая система предприятия; оптимальное управление; производственный капитал; интеллектуальный капитал; инвестиции; сбалансированный рост.*

Ekaterina V. Kasatkina, Diana D. Vavilova

Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

Mathematical Model of Optimal Development Enterprise Economics

Purpose of the study. *The production sphere of the enterprise is a dynamic system of cash, material and information flows, in the framework of which the final product is formed, distributed between investments in production capital and own consumption. The task of choosing the optimal proportions of the distribution of the final product is relevant and practically significant for corporations in developing economies. The purpose of this work is, using mathematical modeling, to identify strategy for the optimal development of commercial enterprise, based on the volume of investment in factors of production and consumption norms and the accumulation profit of the enterprise.*

Materials and methods. *To obtain scientific results, general scientific and specific research methods were used: analysis, synthesis, comparison, system analysis, parametric analysis, economic, mathematical and statistical research methods. The theoretical basis of the study is the fundamental work and publications of Russian and foreign scientists in the field of research of optimal management of the economic system of the enterprise. The authors proposed a methodological approach that distinguishes their research from others – a mathematical model of the balanced development of the economy of an economic entity is presented, where production capital, labor resources and intellectual capital are considered as factors of socio-economic development. The information base of the study is the data of the financial and accounting statements of the Public Joint Stock Company Rosneft Oil Company for the period 2006-2018.*

Results. *The factors of development of the enterprise economy are highlighted, among which, in addition to the traditional approach, which includes capital and labor, intellectual capital is introduced into the main production factor. As a valuation of the intellectual capital of the enterprise, the costly method is used. Based on the cycle of reproduction of the enterprise's activity, a balance equation of the enterprise's activity model has been formed taking into account capital investments in production factors and consumption and profit accumulation rates. The criterion functional in the optimal management problem is the discounted profit of the enterprise. As a control, a function was selected that characterizes the share of investment in fixed assets, and as a state of the system, the ratio of the value of fixed assets to intellectual capital. The mathematical model of optimal development is applied to the economic system of the enterprise of PJSC NK "Rosneft".*

Conclusion. Modeling the dynamics of production capital, labor resources and intellectual capital of PJSC NK "Rosneft" and the results of solving their optimal management problem show that to keep a production enterprise on a balanced growth path, 55% of net profit will be spent on developing the intellectual capital of the enterprise, 35% of net profit – to improve the state of production capital of Rosneft. Given the optimal management in the future for 2019-2022. projected annual revenue growth rate of 19.9%, fixed assets – 16.2% and annual net profit of the company –9.7%.

Keywords: enterprise economic system; optimal management; production capital; intellectual capital; investments; balanced growth.

Введение

Производственная сфера предприятия, функционирующего в современных рыночных отношениях, представляет собой динамичную систему денежных, материальных и информационных потоков, в рамках которых формируется конечный продукт, распределяемый между инвестициями в производственный капитал (основные производственные фонды) и собственным потреблением (включая дивидендные выплаты). При этом проблема эффективного распределения добавочного продукта на уровне предприятия обостряется новыми условиями функционирования макроэкономики.

Ввиду проявлений кризисных явлений в мировой экономике для многих развивающихся и развитых стран существует необходимость адаптации промышленных производств для обеспечения экономического роста в период развития экономики после кризиса. Потребность пересмотра традиционных парадигм экономического управления промышленными предприятиями подтверждается, как зарубежными исследователями и аналитиками [1–3], так и отечественными [4–6].

Особое место занимают проблемы управления развитием крупномасштабных предприятий [7], в решении которых используют методы математического моделирования сложных производственных, инфраструктурных и социально-экономических систем, имеющих важное народнохозяйственное значение.

В теорию математического моделирования развития экономических систем значительный вклад внесли работы Р. Солоу [8], Д. Гейла [9], С.А. Ашманова [10], А.Г. Гранберга [11], В.М. Полтеровича [12], И.Г. Поспелова и А.А. Шананина [13], В.В. Лебедев [14] и др. В последствие проблема построения оптимальных траекторий управляемых экономических систем привела к выделению в самостоятельное научное направление теории оптимального управления [15–18].

Математический аппарат теории оптимального управления в экономике включает принцип максимума Л.С. Понтрягина и принцип оптимальности Р. Беллмана [19]. Какой бы подход не был выбран исследователем для решения задачи оптимального управления экономической системой, он формулирует необходимое условие оптимальности в терминах существования двойственных переменных, удовлетворяющих определенным соотношениям, в которых присутствует данное управление. Различие в нахождении оптимальной траектории управления состоит в выборе управляющих параметров, фазовых координат и уравнений, а также целевого функционала.

При построении оптимальной стратегии развития экономической системы предприятия в качестве целевого (критериального) функционала рассматривают валовый продукт [19], чистую прибыль [20], чистый денежный поток [21], дисконтированный чистый доход предприятия [22], при этом фазовыми переменными являются величина основных производственных фондов и затрат на трудовые ресурсы, а управлением – доля потребления прибыли (дохода) [19–23].

На наш взгляд, важным конкурентным преимуществом в стратегическом развитии предприятия является инвестирование в его нематериальные ресурсы, поэтому при формировании модели оптимального и сбалансированного развития экономики предприятия в качестве фазовой переменной следует учитывать интеллектуальный капитал. Ввиду чего формируется новая задача выбора оптимальных пропорций распределения конечного продукта предприятий, учитывая ограниченность источников дополнительных инвестиций в производственную и нематериальную сферу и необходимость роста рентабельности и инвестиционной привлекательности бизнеса.

Очевидно, что существует достаточное количество методик и автоматизированных систем мониторинга и прогноза состояния экономической системы предприятий, которые позволяют руководителям оперативно принимать тактические решения, однако математическое обеспечение таких систем требует дальнейших исследований экономико-математических моделей, позволяющих найти варианты оптимального стратегического развития экономики предприятия.

Факторы развития экономики предприятия

Построение математической модели оптимального экономического развития предприятия предполагает системный подход к анализу его обуславливающих факторов. Системный анализ включает изучение динамики факторов,

их взаимосвязи с другими показателями деятельности предприятия и его результативности [24] (распределение, потребление и накопление прибыли, эффективность капиталовложений и т.д.).

В работе рассмотрены три фактора социально-экономического развития предприятия: производственный капитал, трудовые ресурсы и интеллектуальный капитал.

Производственный капитал (основные производственные фонды) предприятия являются «материально-технической основой процесса производства и пополняются за счет капитальных вложений» [25]. Для моделирования динамики основных производственных фондов используется эволюционное уравнение вида:

$$\frac{dK(t)}{dt} = I(t) - \eta K(t),$$
$$K_0 = K(t_0),\ K_T = K(t_T),$$

где $K(t)$ – стоимость основных производственных фондов предприятия (ОПФ); $I(t)$ – инвестиции в основные производственные фонды; η – коэффициент выбытия основных производственных фондов; T – горизонт планирования.

Наилучшее приближение к эмпирическим данным при анализе динамики социально-экономических показателей, как правило, обеспечивает модель экспоненциального роста [26]. Для описания динамики инвестиций в ОПФ предприятия используется модель вида:

$$I(t) = I_0 e^{\rho(t-t_0)},$$

где $I(t)$ – инвестиции в ОПФ в год t; I_0 инвестиции в ОПФ в начальный момент времени t_0; ρ – темп роста ОПФ предприятия, определяемый на основе статистических данных.

Трудовые ресурсы – это «производительная сила предприятия, которая обладает потенциалом для производства товаров, работ и услуг» [27]. В качестве стоимостной оценки использования трудовых ресурсов рассматриваются расходы на оплату труда, динамика которых описывается модельным уравнением:

$$Z(t) = Z_0 e^{n(t-t_0)},$$

где $Z(t)$ – общие расходы предприятия на оплату труда в год t; Z_0 – расходы на оплату труда в начальный момент времени t_0; n – темп роста расходов на оплату труда на предприятии.

В качестве факторов экономического развития предприятия обособленно учитывается интеллектуальный капитал. Термин «интеллектуальный капитал» впервые был опубликован в работе А. Стюарта в 1990 г. Это своего рода «интеллектуальный материал, который сформирован, закреплен за компанией и используется для производства более ценного имущества» [28]. Интеллектуальный капитал по своей природе отчуждаем от индивидов в процессе кругооборота капитала предприятия и выражает «воздействие совместной интеллектуальной деятельности коллектива организации на возрастание капитала» [29].

В качестве стоимостной оценки интеллектуального капитала предприятия рассматриваются расходы на интеллектуальный капитал H (стоимость нематериальных активов, Гудвилл, величина инвестиций в ассоциированные и совместные предприятия, величина прочих внеоборотных нефинансовых активов). Для моделирования динамики интеллектуального капитала используется модель вида:

$$H(t) = H_0 e^{\nu(t-t_0)},$$

где $H(t)$ – общие расходы организации на интеллектуальный капитал в год t; H_0 – расходы на интеллектуальный капитал в начальный момент времени t_0; ν – темп роста расходов на интеллектуальный капитал организации.

2. Математическая модель оптимального управления

Схема цикла воспроизводства деятельности предприятия показана на рис. 1.

С учетом данной схемы основное балансовое уравнение модели деятельности предприятия можно записать в виде:

$$E = Y - N - C - Z = I + P + H, \qquad (1)$$

где Y – валовый объем производства предприятия; N – налоговые выплаты предприятия; C – себестоимость и прочие расходы; P – чистая прибыль предприятия.

Используется трехфакторная производственная функция, которая описывает зависимость объема выпуска продукции Y от производственного капитала K, расходов на оплату труда Z и интеллектуального капитала H:

$$Y = F(K, Z, H) = AK^{\alpha}Z^{\beta}H^{\gamma}. \qquad (2)$$

где A – технологический коэффициент масштаба; α – коэффициент эластичности объема выпуска продукции по производственному капиталу; β – коэффициент эластичности объема выпуска продукции по оплате труда; γ – коэффициент эластичности объема выпуска продукции по интеллектуальному капиталу.

Полагая, что $\alpha + \beta + \gamma = 1$, тогда функцию (2) можно представить как:

$$\frac{Y}{H} = A\left(\frac{K}{H}\right)^{\alpha}\left(\frac{Z}{H}\right)^{\beta},$$

или

$$y_H = f(k_H) = Ak_H^{\alpha} z_H^{\beta}. \qquad (3)$$

После логарифмирования выражения (3) получим:

$$\ln y_H = \ln A + \alpha \cdot \ln k_H + \beta \cdot \ln z_H. \qquad (4)$$

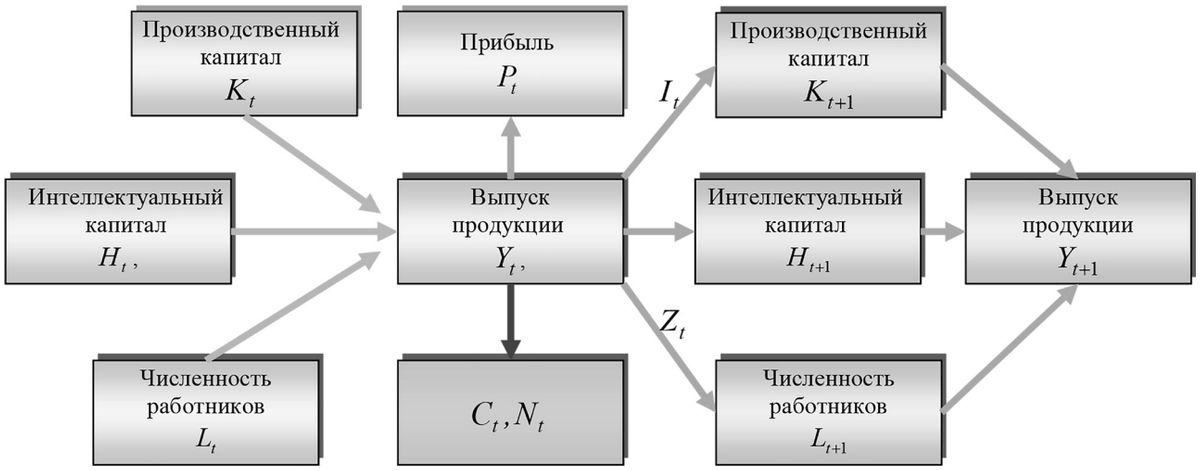

Рис. 1. Схема цикла воспроизводства деятельности предприятия

Введем обозначения: $\tilde{y}_H = \ln y_H = \ln f(k_H)$, $\tilde{A} = \ln A$, $\tilde{k}_H = \ln(k_H)$, $\tilde{z}_H = \ln(z_H)$, в результате уравнение (4) преобразуется к виду:

$$\tilde{y}_H = \tilde{A} + \alpha\tilde{k}_H + \beta\tilde{z}_H. \quad (5)$$

Выражение (5) представляет собой линейное уравнение регрессии, параметры которого определяются методом наименьших квадратов.

В относительных переменных балансовое уравнение (1) имеет вид:

$$s_I + s_P + s_H = 1,$$

где $s_I = I/E$ – норма инвестиций в ОПФ; $s_P = P/E$ – норма прибыли; $s_H = H/E$ – доля расходов на интеллектуальный капитал организации.

Таким образом, общая математической модели, описывающей динамику экономики предприятия, включает в себя следующие соотношения:

$$Y = F(K, Z, H) = AK^{\alpha}Z^{\beta}H^{\gamma}, \quad (6)$$

$$E = \omega F(K, Z, H), \quad (7)$$

$$I = s_I E,\ P = s_P E,\ H = s_H E, \quad (8)$$

$$s_I + s_P + s_H = 1, \quad (9)$$

$$\dot{K}(t) = s_I E(t) - \eta K(t),\ K_0 = K(t_0),\ K_T = K(t_T), \quad (10)$$

$$I(t) = I_0 e^{\rho(t-t_0)}, \quad (11)$$

$$H(t) = H_0 e^{v(t-t_0)}, \quad (12)$$

$$Z(t) = Z_0 e^{n(t-t_0)}, \quad (13)$$

где η – коэффициент амортизации (выбытия) производственного капитала; ω – доля прибыли и инвестиций в производственный и интеллектуальный капитал в валовом объеме производства предприятия.

Поскольку предприятие заинтересовано в максимизации прибыли, то в качестве критериального функционала в задаче оптимального управления выступает дисконтированная прибыль предприятия:

$$Cr = \int_{t_0}^{t_T} s_P \omega F(K, Z, H) e^{-\delta(t-t_0)} dt \to \max_{s\in\Omega}. \quad (14)$$

где

$$\Omega = \left\{ s = (s_L) = (s_I, s_P) : s_L \in [0; 1 - s_H],\ \sum_L s_L = 1 - s_H \right\};$$

δ – коэффициент дисконтирования.

При условиях (6)–(14) формулируется задача оптимального управления, где управляющим параметром является норма инвестиций в производственные фонды s_I.

С учетом обозначений в (3) постановка задачи оптимального управления выглядит:

$$Cr = \int^{t_T} \left[(1 - s_I)\omega f(k_H, z_H) - 1\right] e^{(v-\delta)(t-t_0)} dt \to \max_{s\in\Omega}, \quad (15)$$

$$\begin{cases} \dot{k}_Z = s_I \omega f_Z - (\eta + n) k_Z, \\ 0 \le s_I \le 1 - s_H, \\ k(0) = k_0 > 0, \\ k(T) = k^* > 0, \end{cases}$$

где $s_H = \dfrac{H}{\omega Y} = \dfrac{1}{\omega f(k_H)}$.

Гамильтониан задачи (15) записывается в виде:

$$G(\psi, k_H, s_I, t) = \\ = \left[(1 - s_I)\omega f(k_H, z_H) - 1\right] e^{(v-\delta)(t-t_0)} + \\ + \psi\left[s_I \omega f(k_H, z_H) - (\eta + v) k_H\right],$$

где $\psi(t)$ – двойственная переменная.

По принципу максимума Понтрягина [17], в обозначениях $q = \psi e^{-(v-\delta)(t-t_0)}$ получаем:

$$s^o = \arg\max_{s\in\Omega} \mathrm{H}(q, s, x, t) = \arg\max_{s\in\Omega} \left[s_I (q - 1)\right].$$

при условиях

$$\dot{k}_H = s_I \omega f(k_H, z_H) - (\eta + v) k_H,$$

$$\dot{q} = (\delta + \eta) q - \left[(1 - s_I) + s_I q\right] f'(k_H, z_H)\omega. \quad (16)$$

Таблица 1

Статистические значения экономических показателей ПАО «НК «Роснефть», в ценах 2018 года (млрд. руб.)

Обозначение	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Y	2595	3193	3694	3139	3540	4334	4515	6509	7099	6175	5796	6630	8238
N	589	1023	893	656	719	938	1134	1532	1707	1656	1639	2225	2884
C	1127	334	1229	902	1087	1652	1343	2370	3155	2304	1847	1307	2213
E	589	1574	1406	1334	1567	1590	1846	2350	1939	1906	1988	2733	2775
K	1970	2817	3344	2947	3681	3490	3557	3597	7315	7309	7069	8310	8739
I	269	404	467	485	501	623	691	777	688	713	824	1017	936
P	275	835	598	437	599	534	534	764	451	427	223	328	649
Z	289	262	166	247	166	155	191	257	298	308	323	365	366
H	46	335	340	412	468	432	621	810	800	766	941	1389	1190

Таблица 2

Параметры экономико-математической модели предприятия

A	α	β	γ	ω	η	ρ	ν	n	s_I	s_P	s_H
12,21	0,08	0,65	0,27	0,37	0,09	0,09	0,19	0,04	0,36	0,31	0,33

Из (16) и ограничений на параметры управления имеем систему:

Траектория сбалансированного роста $\left(k_H^*, s_k^*\right)$ определяется из уравнений:

$$f'\left(k_H^*, z_H\right) = \frac{\left(\delta + \eta\right)}{\omega}, \quad s_I^* = \frac{\left(\eta + \upsilon\right) k_H^*}{\omega f\left(k_H^*, z_H\right)}.$$

Результаты решения задачи оптимального управления

Анализ факторов производства и определение стратегии оптимального управления развитием предприятия осуществляется на статистических данных ПАО «НК «Роснефть» [30], приведенным к сопоставимым ценам с помощью коэффициента-дефлятора ВВП [31].

В табл. 1 представлены статистические данные экономических показателей ПАО «НК «Роснефть» за период 2006–2018 гг.

С использованием данных в табл. 1 выполнена идентификация параметров экономико-математической модель (6)–(13) генетическим алгоритмом [32]. Решение задачи идентификации представлено в таблице 2.

На рис. 2–5 представлены сравнения расчетных и статистических данных показателей ПАО НК «Роснефть» за 2006–2018 гг., а также приводятся прогнозные значения до 2021 г.

Анализируя полученные данные, можно сказать, что экономика предприятия ПАО «НК «Роснефть» находится на этапе стабильного роста всех рассматриваемых показателей.

В таблице 3 показаны средние относительные отклонения модельных значений экономических показателей от их фактических, определяемые по формуле [33]:

$$\zeta_y = \frac{1}{M_{x_d}} \sum_{m \in [M_0, M_1]} \frac{\left| y^m - x_d^m \right|}{x_d^m},$$

$$y, x = \{Y, K, Z, H, I, C, N, P, E\},$$

где M_{x_d} – количество заданных точек показателя x на оси времени.

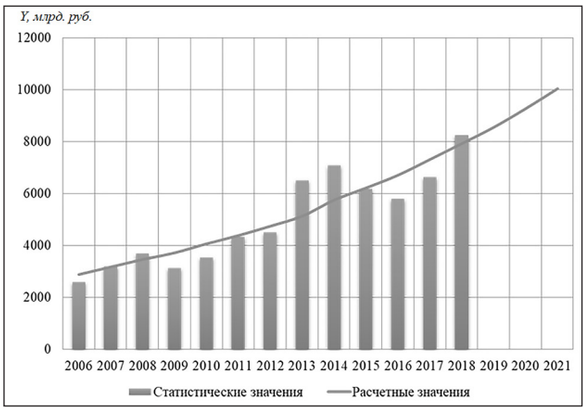

Рис. 2. Фактическая и прогнозная динамика валового объема производства компании

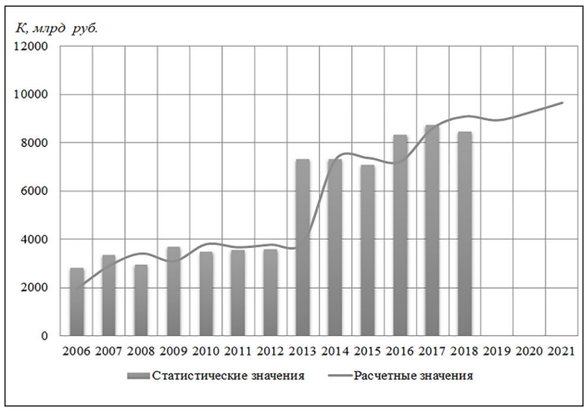

Рис. 3. Фактическая и прогнозная динамика основных производственных фондов

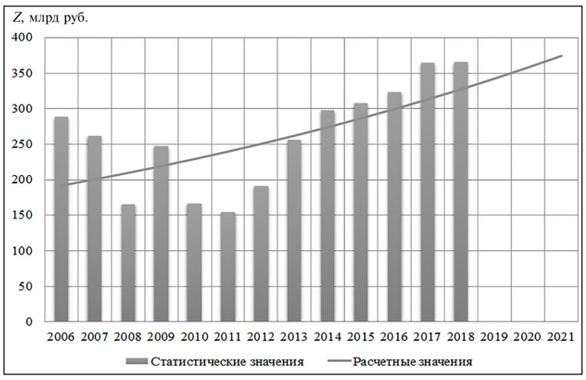

Рис. 4. Фактическая и прогнозная динамика расходов на оплату труда компании

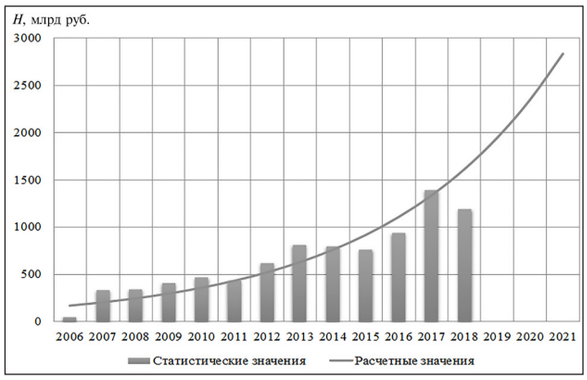

Рис. 5. Фактическая и прогнозная динамика величины интеллектуального капитала ПАО «НК «Роснефть»

Таблица 3

Средние относительные отклонения модельных значений экономических показателей от их фактических значений для ПАО «НК «Роснефть»

Показатель	*Y*	*K*	*Z*	*H*	*I*	*C*	*N*	*P*	*E*
Погрешность, ζ_y, %	7,8	9,8	9,6	9,7	6,3	7,6	5,4	9,5	9,5

Видно, что расхождение между модельными и фактическими значениями показателей экономической системы предприятия не превышает 9,8%, что свидетельствует о качестве подбора математических моделей.

Рассмотрим результаты решения задачи оптимального управления развитием ПАО «НК «Роснефть».

На рис. 6 показан выход экономической системы предприятия на траекторию сбалансированного роста k_H^*, по которой движется экономическая система, находясь в оптимальном режиме функционирования. Отношение фазовых переменных $\frac{K(t)}{H(t)}$ на траектории оптимального развития остается постоянным. В начальный момент времени $k_H(t_0) = 12{,}60$, а значение $k_H^*(t) = 2{,}74$. Поскольку $k_H(t_0) > k_H^*(t)$, то для выхода системы на траекторию сбалансированного роста необходимо уменьшение показателя $k_H(t)$.

Расчеты показали, что время выхода на траекторию сбалансированного роста для изучаемого предприятия с учетом значения темпа роста интеллектуального капитала $\upsilon = 0{,}19$ составляет 13 лет.

На рис. 7 представлено оптимальное управление (изменение нормы инвестиций s_I в производственный капитал, нормы прибыли s_P и доли расходов на интеллектуальный капитал s_H, которое позволяет экономической системе ПАО «НК «Роснефть» как можно быстрее выйти на траекторию сбалансированного роста и в дальнейшем находиться на ней.

В таблице 4 приведены ежегодные темпы увеличения основных производственных фондов и валового объема производства предприятия.

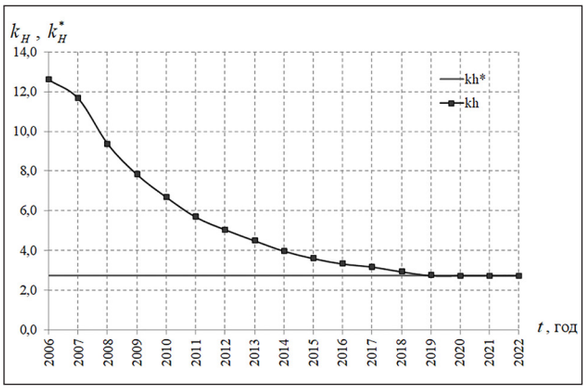

Рис. 6. Выход экономической системы на траекторию сбалансированного роста: k_H – оптимальная траектория движения экономической системы; k_H^* – траектория сбалансированного роста

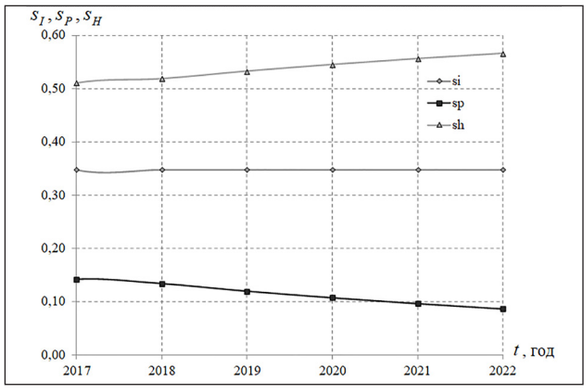

Рис. 7. Динамика параметров управления инвестициями: s_I – норма инвестиций в основные производственные фонды; s_P – норма прибыли; s_H – доля расходов на интеллектуальный капитал

Таблица 4

Темпы ежегодного прироста основных производственных фондов и валового объема производства предприятия за период 2019–2022 годы в случае реализации стратегии оптимального управления

Показатель	2019 год	**2020 год**	**2021 год**	**2022 год**
Темп роста *K*, %	14,9	15,8	16,7	17,5
Темп роста *Y*, %	19,3	19,8	20,2	20,5

На рис. 8 представлен график текущей прибыли предприятия, полученной в случае реализации стратегии оптимального управления.

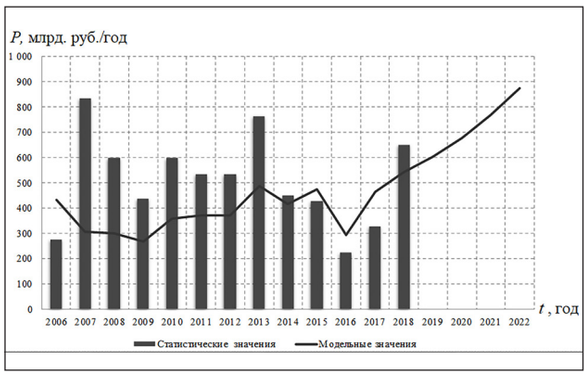

Рис. 8. Изменение текущей прибыли предприятия в ценах 2018 г.

Наглядно представлено изменения величины чистой прибыли за счет выбранной стратегии оптимального управления организации. Следуя оптимальной стратегии предприятие получит увеличение значения чистой прибыли в 2022 году до 873 млрд руб.

Заключение

Таким образом, разработана математическая модель оптимального развития экономики предприятия, учитывающая в качестве факторов производства производственный капитал, трудовые ресурсы и интеллектуальный капитал. Здесь в качестве состояния системы выступает удельная величина основных производственных фондов <<kas070.eps>>, а управлением – доля инвестиций s_I. Данная модель позволяет вывести производственное предприятие на траекторию сбалансированного роста за счет оптимальных стратегий инвестирования в различные факторы производства.

Модель оптимального управления апробирована на статистических данных ПАО «НК «Роснефть» за период 2006–2018 гг. С учетом оптимального управления в прогнозном периоде 2019–2022 гг. ожидается ежегодный прирост выручки 19,9% (в отличие от среднего за рассматриваемый период 9,3%), основных производственных фондов 16,2% (в отличие от среднего за рассматриваемый период 8,8%) и годовой чистой прибыли компании 9,7% (в отличие от среднего за рассматриваемый период 6,8%).

Представленная в работе модель оптимального управления будет полезна для крупных предприятий, которые занимаются инвестированием не только в физический капитал, но и ориентируются на интеллектуальную сторону бизнеса. Математическая модель предоставляет возможность оценить отдачу от производственного и интеллектуального капитала предприятия и на основе этой оценки построить оптимальное управление вложений в факторы развития экономики предприятия.

Литература

1. Schwab K., Davis N., Nadella S. Shaping the Future of the Fourth Industrial Revolution: A Guide to Building a Better World. World Economic Forum. 2018.

2. Клаус Ш. Четвертая промышленная революция. М.: Бомбора, 2016. 230 с.

3. Pizhuk O.I. Modern methodological approaches to assessing the level of digital transformation of the economy // Бизнес информ. 2019. № 7 (498). С. 39–47.

4. Добрынин А.П., Черных К.Ю., Куприяновский В.П., Куприяновский П.В., Синягов С.А. Цифровая экономика – различные пути к эффективному применению технологий // International Journal of Open Information Technologies. 2016. Т. 4. № 1. С. 4–10.

5. Володин В.М., Надькина Н.А., Понукалин А.В. Трансформация бизнес-моделей управления предприятиями промышленности и агропромышленного комплекса в условиях цифровизации экономики // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Общественные науки. 2019. № 3 (51). С. 200–216.

6. Никулин Р.А. Современные аспекты трансформации предприятия в цифровой экономике // Плехановский барометр. 2019. № 1 (17). С. 64–68.

7. Васильев С.Н., Цвиркун А.Д. Проблемы управления развитием крупномасштабных систем в современных условиях // Труды девятой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем – MLSD'2016». 2016. С. 13–22.

8. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth // Quarterly Journal of Economics. 1956. Т. 70. № 1.

9. Гейл Д. Теория линейных экономических моделей. М.: Мир, 1969. 342 с.

10. Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984. 293 с.

11. Гранберг А.Г. Динамические модели народного хозяйства. М.: Экономика, 1985. 240 с.

12. Полтерович В.М. Экономическое равновесие и хозяйственный механизм. М.: Наука, 1990. 256 с.

13. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996. 558 с.

14. Лебедев В.В. Математическое моделирование социально-экономических процессов. М.: Изограф, 1997. 223 с.

15. Атанс М., Фалб П.Л. Оптимальное управление. М.: Наука, 1968. 764 с.

16. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973. 448 с.

17. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 398 с.

18. Беленький В.З. Оптимальное управление: принцип максимума и динамическое программирование. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. 132 с.

19. Андреева Е.А., Цирулева В.М. Математическое моделирование оптимального управления динамическими системами // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2018. Т. 6. № 2 (21). С. 119–131.

20. Шабанова В.Г., Мамедова Т.Ф., Шабанов Г.И. Модель управления финансово-экономической деятельностью производственного предприятия агропромышленного комплекса // Фундаментальные исследования. 2016. № 3 (1). С. 67–71.

21. Орлова В.Е. Модель оперативного оптимального управления распределением финансовых ресурсов предприятия // Компьютерные исследования и моделирования. 2019. Т. 11. № 2. С. 343–358.

22. Слиденко А.М., Агапова Е.А. Оптимальное управление экономикой предприятия с помощью двухсекторной модели // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. 2017. №7 (101). С. 26–40.

23. Воротникова Д.В., Закревская Е.А. Критерии и математические модели оптимального управления денежными потоками производственной сферы предприятия корпоративного сектора экономики // Ученые записки Российской Академии предпринимательства. 2018. Т. 17. № 1. С. 33–42.

24. Кетова К.В., Касаткина Е.В., Вавилова Д.Д. Системный анализ деятельности предприятия и оптимальное управление его производственными факторами // Сборник материалов Международной студенческой научно-практической конференции «Актуальные вопросы менеджмента современной организации – 2015». 2015. С. 90–96.

25. Юнусова Д.А. Анализ использования основных фондов и производственных мощностей // УЭПС: управление, экономика, политика, социология. 2018. № 3. С. 42–45.

26. Мицек С.А., Мицек Е.Б. Экономический рост, инфляция, инвестиции и доходы в Российской Федерации: анализ и прогноз на основе эконометрической модели // Экономический анализ: теория и практика. 2018. Т. 17. №. 1. С. 18–29.

27. Егорова М.С., Пищальников И.Г. Трудовые ресурсы предприятия: оценка потребности и эффективности использования // Молодой ученый. 2015. №9. С. 586–589.

28. Хуциева С.И., Соколянский В.В., Рыбина Г.А. Сравнительный анализ методов оценки интеллектуального капитала предприятий // Креативная экономика. 2017. Т. 11. № 1. С. 61–72.

29. Тюхматьев В.М. Интеллектуальный капитал в системе факторов производства // Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета. 2010. № 1 (30). С. 48–52.

30. Финансовая (бухгалтерская) отчетность ПАО «НК «Роснефть» [Электрон. ресурс] // Публичное акционерное общество «Нефтяная компания «Роснефть». Режим доступа: https://www.rosneft.ru/Investors/statements_and_presentations/Statements/ (Дата обращения 01.06.2019).

31. Индексы-дефляторы, в % к предыдущему году [Электрон. ресурс] // Федеральная служба государственной статистики РФ. Режим доступа: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/vvp/vvp-god/tab4.htm (Дата обращения 10.06.2019).

32. Лабинский А.Ю. Использование генетического алгоритма для многокритериальной оптимизации // Природные и техногенные риски (физико-математические и прикладные аспекты). 2018. № 4 (28). С. 5–9.

33. Кетова К.В. Математические модели экономической динамики. Ижевск: ИжГТУ, 2013. 284 с.

References

1. Schwab K., Davis N., Nadella S. Shaping the Future of the Fourth Industrial Revolution: A Guide to Building a Better World. World Economic Forum. 2018.

2. Klaus SH. Chetvertaya promyshlennaya revolyutsiya = The Fourth Industrial Revolution. Moscow: Bombora; 2016. 230 p. (In Russ.)

3. Pizhuk O.I. Modern methodological approaches to assessing the level of digital transformation of the economy. Biznes inform = Business inform. 2019; 7 (498): 39–47. (In Russ.)

4. Dobrynin A.P., Chernykh K.YU., Kupriyanovskiy V.P., Kupriyanovskiy P.V., Sinyagov S.A. The digital economy – various paths to the effective use of technology. International Journal of Open Information Technologies = International Journal of Open Information Technologies. 2016; 4; 1: 4–10. (In Russ.)

5. Volodin V.M., Nad'kina N.A., Ponukalin A.V. Transformation of business models for managing industrial enterprises and the agro-industrial complex in the context of the digitalization of the economy. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Obshchestvennyye nauki = News of higher educational institutions. Volga region. Social Sciences. 2019; 3 (51): 200–216. (In Russ.)

6. Nikulin R.A. Modern aspects of enterprise transformation in the digital economy. Plekhanovskiy barometr = Plekhanovsky barometer. 2019; 1 (17): 64–68. (In Russ.)

7. Vasil'yev S.N., Tsvirkun A.D. Problems of managing the development of large-scale systems in modern conditions. Trudy devyatoy mezhdunarodnoy konferentsii «Upravleniye razvitiyem krupnomasshtabnykh sistem – MLSD'2016» = Proceedings of the ninth international conference "Management of the development of large-scale systems – MLSD'2016". 2016: 13–22. (In Russ.)

8. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. Quarterly Journal of Economics = Quarterly Journal of Economics. 1956; 70: 1. (In Russ.)

9. Geyl D. Teoriya lineynykh ekonomicheskikh modeley = Theory of linear economic models. Moscow: Mir; 1969. 342 p. (In Russ.)

10. Ashmanov S.A. Vvedeniye v matematicheskuyu ekonomiku = Introduction to mathematical economics. Moscow: Nauka; 1984. 293 p. (In Russ.)

11. Granberg A.G. Dinamicheskiye modeli narodnogo khozyaystva = Dynamic models of the national economy. Moscow: Ekonomika; 1985. 240 p. (In Russ.)

12. Polterovich V.M. Economic balance and economic mechanism. Moscow: Nauka; 1990. 256 p. (In Russ.)

13. Petrov A.A., Pospelov I.G., Shananin A.A. Opyt matematicheskogo modelirovaniya ekonomiki = Experience in mathematical modeling of economics. Moscow: Energoatomizdat; 1996. 558 p. (In Russ.)

14. Lebedev V.V. Matematicheskoye modelirovaniye sotsial'no-ekonomicheskikh protsessov= Mathematical modeling of socio-economic processes. Moscow: Izograf; 1997. 223 p. (In Russ.)

15. Atans M., Falb P.L. Optimal'noye upravleniye = Optimal management. Moscow: Nauka; 1968. 764 p. (In Russ.)

16. Krotov V.F., Gurman V.I. Metody i zadachi optimal'nogo upravleniya = Methods and tasks of optimal control. Moscow: Nauka; 1973. 448 p. (In Russ.)

17. Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko Ye.F. The mathematical theory of optimal processes. Moscow: Nauka; 1983. 398 p. (In Russ.)

18. Belen'kiy V.Z. Optimal'noye upravleniye: printsip maksimuma i dinamicheskoye programmirovaniye = Optimal control: maximum principle and dynamic programming. Izhevsk: Institute for Computer Research; 2006. 132 p. (In Russ.)

19. Andreyeva Ye.A., Tsiruleva V.M. Mathematical modeling of optimal control of dynamic systems. Modelirovaniye, optimizatsiya i informatsionnyye tekhnologii = Modeling, optimization and information technology. 2018; 6; 2 (21): 119–131. (In Russ.)

20. Shabanova V.G., Mamedova T.F., Shabanov G.I. A model for managing the financial and economic activity of a manufacturing enterprise in the agro-industrial complex. Fundamental'nyye issledovaniya = Fundamental Research. 2016; 3(1): 67–71. (In Russ.)

21. Orlova V.Ye. A model for managing the financial and economic activity of a manufacturing enterprise in the agro-industrial complex. Komp'yuternyye issledovaniya i modelirovaniya = Computer Research and Modeling. 2019; 11; 2: 343–358. (In Russ.)

22. Slidenko A.M., Agapova Ye.A. Optimal management of the enterprise economy using a two-sector model. Upravleniye ekonomicheskimi sistemami: elektronnyy nauchnyy zhurnal = Management of economic systems: electronic scientific journal. 2017; 7 (101): 26–40. (In Russ.)

23. Vorotnikova D.V., Zakrevskaya Ye.A. Criteria and mathematical models of optimal cash flow management in the manufacturing sector of an enterprise in the corporate sector of the economy. Uchenyye zapiski Rossiyskoy Akademii predprinimatel'stva = Uchenye Zapiski Rossiiskoi Akademii Entrepreneurship. 2018; 17; 1: 33–42. (In Russ.)

24. Ketova K.V., Kasatkina Ye.V., Vavilova D.D. System analysis of the enterprise and optimal management of its production factors. Sbornik materialov Mezhdunarodnoy studencheskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Aktual'nyye voprosy menedzhmenta sovremennoy organizatsii – 2015» = Collection of materials of the International student scientific-practical conference "Actual issues of management of a modern organization – 2015". 2015: 90–96. (In Russ.)

25. Yunusova D.A. Analysis of the use of fixed assets and production capacities. UEPS: upravleniye, ekonomika, politika, sotsiologiya = UEPS: management, economics, politics, sociology. 2018; 3: 42–45. (In Russ.)

26. Mitsek S.A., Mitsek Ye.B. Economic growth, inflation, investment and income in the Russian Federation: analysis and forecast based on an econometric model. Ekonomicheskiy analiz: teoriya i praktika = Economic analysis: theory and practice. 2018; 17; 1: 18–29. (In Russ.)

27. Yegorova M.S., Pishchal'nikov I.G. Labor resources of the enterprise: assessment of needs and efficiency of use. Molodoy uchenyy = Young scientist. 2015; 9: 586–589. (In Russ.)

28. Khutsiyeva S.I., Sokolyanskiy V.V., Rybina G.A. Comparative analysis of methods for assessing the intellectual capital of enterprises. Kreativnaya ekonomika = Creative Economy. 2017; 11; 1: 61–72. (In Russ.)

29. Tyukhmat'yev V.M. Intellectual capital in the system of factors of production. Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo sotsial'no-ekonomicheskogo universiteta = Bulletin of the Saratov State Socio-Economic University. 2010; 1 (30): 48–52. (In Russ.)

30. Finansovaya (bukhgalterskaya) otchetnost' PAO «NK «Rosneft'» = Financial (accounting) statements of PJSC Rosneft Oil Company [Internet]. Publichnoye aktsionernoye obshchestvo «Neftyanaya kompaniya «Rosneft'» = Rosneft Oil Company Public Joint-Stock Company. Available from: https://www.rosneft.ru/Investors/statements_and_presentations/Statements/ (cited 01.06.2019). (In Russ.)

31. Deflator indices,% of the previous year [Internet]. Federal'naya sluzhba gosudarstvennoy statistiki RF= Federal State Statistics Service of the Russian Federation. Available from: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/vvp/vvp-god/tab4.htm (cited 10.06.2019). (In Russ.)

32. Labinskiy A.YU. Using the genetic algorithm for multicriteria optimization. Prirodnyye i tekhnogennyye riski (fiziko-matematicheskiye i prikladnyye aspekty) = Natural and technogenic risks (physical, mathematical and applied aspects). 2018; 4 (28): 5–9. (In Russ.)

33. Ketova K.V. Matematicheskiye modeli ekonomicheskoy dinamiki = Mathematical models of economic dynamics. Izhevsk: IzhGTU; 2013. 284 p. (In Russ.)

Сведения об авторах

Екатерина Васильевна Касаткина
К.ф.-м.н., доцент, кафедра «Математическое обеспечение информационных систем»
Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, Ижевск, Россия
Эл. почта: kasatkina@istu.ru

Дайана Дамировна Вавилова
Аспирант, кафедра «Математическое обеспечение информационных систем»
Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, Ижевск, Россия
Эл. почта: vavilova_dd@mail.ru.

Information about the authors

Ekaterina V. Kasatkina
Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor of Department «Mathematical support of information systems»
Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia
E-mail: kasatkina@istu.ru

Diana D. Vavilova
Postgraduate of Department «Mathematical support of information systems»
Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia
E-mail: vavilova_dd@mail.ru