

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОТКЛОНЕНИЙ В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИГОРОДНОГО КОМПЛЕКСА МОСКОВСКОЙ ЖЕЛЕЗНОЙ ДОРОГИ

УДК 330.42

Дмитрий Игоревич Вальдман, аспирант кафедры Управления знаниями и прикладной информатики в менеджменте, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики (МЭСИ)
Тел.: 8 (926) 108-69-88
Эл.почта: divaldman@gmail.com

В статье рассматриваются теоретические аспекты математического моделирования и прогнозирования. Кроме этого в статье описана математическая модель прогнозирования количества инцидентов в зависимости от числа различных видов плановых работ с одними и теми же объектами обслуживания, проверка адекватности разработанной модели путем подстановки в нее данных и сравнения прогнозных значений, рассчитанных в модели и реальных значений за те же периоды.

Ключевые слова: математическая модель, прогнозирование, метод Фриша-Воу, тренд, мультиколлинеарность.

Dmitry I. Valdman, Post-graduate student, the Department of Knowledge Management and Applied Informatics Management, Moscow State University of Economics, Statistics and Informatics (MESI)
Tel.: 8 (926) 108-69-88
E-mail: divaldman@gmail.com

ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODEL OF PREDICTION OF DEVIATION IN MOSCOW SUBURBAN RAILWAY COMPLEX

The article deals with the theoretical aspects of mathematical modeling and forecasting. Additionally, it describes a mathematical model for forecasting the number of incidents, depending on the number of different types of planned works with one and the same subject in service facilities, validation of the model via substituting of the data and comparing the predicted values calculated by the model and the actual values for the same periods.

Keywords: mathematical model, Frisch-Vou method, trend, multicollinearity.

1. Введение

Целью данной работы является создание математической модели прогнозирования количества инцидентов в зависимости от числа различных видов плановых работ с одними и теми же объектами обслуживания, проверка адекватности разработанной модели путем подстановки в нее данных и сравнения прогнозных значений, рассчитанных в модели и реальных значений за те же периоды. Опытным полигоном для проверки данной модели выбрано Управление мотор-вагонного подвижного состава и локомотивных бригад (далее Управление МВПС и ЛБ).

2. Разработка математической модели

Для прогнозирования влияния количества планово-предупредительных работ на число возникающих инцидентов для каждого из функциональных Управлений разработана математическая модель.

Для построения математической модели были выбраны следующие переменные:

- Результирующий фактор Y – количество инцидентов в зоне ответственности одного из Управлений;
- Объясняющие переменные $X_1, X_2 \dots X_p$, – количество планово-предупредительных работ по каждому из параметров контроля Управлением

Для построения модели были введены следующие обозначения. Если Y – количество инцидентов в зоне ответственности одного из Управлений, которое зависит от планово-предупредительных работ, то результирующий показатель можно представить в следующем виде: $Y_i = f(X_1, X_2 \dots X_p)$ ($i = 1, m$).

Перед разработкой модели, был произведен анализ всех переменных. На первом этапе анализа, для исключения мультиколлинеарности (когда более чем два фактора связаны между собой линейной (сильной) зависимостью, т. е. имеет место интегральное (совместное) воздействие факторов друг на друга) [11] была построена матрица парных коэффициентов корреляции (1).

$$\Delta r = \begin{vmatrix} 1 & r_{yx_1} & r_{yx_2} & \dots & r_{yx_p} \\ r_{yx_1} & 1 & r_{x_1x_2} & \dots & r_{x_1x_p} \\ r_{yx_2} & r_{x_2x_1} & 1 & \dots & r_{x_2x_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{yx_p} & r_{x_px_1} & r_{x_px_2} & \dots & 1 \end{vmatrix} \quad (1)$$

Анализ корреляционной матрицы объясняющих переменных $X_1, X_2 \dots X_p$ заключается в выявлении пар переменных, имеющих высокие значения корреляции ($> 0,8$ [8], однако иногда принимают за мультиколлинеарность значения $> 0,7$ [10]).

Если мультиколлинеарность существует, необходимо исключить одну из объясняющих переменных.

Однако, в практике не всегда используют данный метод. Так, Минзов А.С. в учебном пособии по эконометрике приводит ряд аргументов относительно не целенаправленности исключения «лишних» переменных:

«Во-первых, далеко не всегда ясно, какие переменные являются лишними в указанном смысле. Мультиколлинеарность означает лишь приблизительную линейную зависимость между факторами, но это не всегда выделяет «лишние» переменные.

Во-вторых, во многих ситуациях удаление каких-либо независимых переменных может значительно отразиться на содержательном смысле модели. Наконец, отбрасывание так называемых существенных переменных, т.е. независимых переменных, которые реально влияют на изучаемую зависимую переменную, приводит к смещению коэффициентов модели. На практике, обычно при обнаружении мультиколлинеарности убирают наименее значимый для анализа фактор, а затем повторяют расчеты» [7].

Далее необходимо проверить наличие тенденции в исследуемых рядах $Y_t, X_1, X_2 \dots X_p$ для последующего их моделирования. Для этого прибегнем к методу расчёта, наиболее часто применяемому, кумулятивному T -критерию [12], который позволит определить наличие не только самой тенденции, но и ее математического выражения – тренда.

Для его расчёта выдвинем гипотезу (H_0) об отсутствии тенденции в исходном временном ряду.

Расчетное значение критерия определяется по формуле:

$$T_p = \frac{\sum_{i=1}^n Zn^2}{\sigma_y^2} \quad (2)$$

где

T_p – расчетное значение кумулятивного T -критерия;

Z_n – накопленный итог отклонений эмпирических значений уровней исходного ряда динамики от среднего его уровня;

σ_y^2 – общая сумма квадратов отклонений, определяемая по формуле:

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\bar{y})^2 * n \quad (3)$$

Расчетные значения кумулятивного T -критерия сравним с критическими при заданном уровне значимости α .

Следующим этапом анализа выбранных показателей является выбор уравнения тренда.

Для отображения основной тенденции развития явлений во времени или модели этого процесса применяются полиномы разной степени, экспоненты, логистические кривые и другие функции [5].

В рамках данной работы будут рассмотрены ряд кривых, которыми можно описать изучаемое явление: линейная модель, полиномиальная, мультипликативная (степенная), экспоненциальная, логарифмическая (в том числе обратнологарифмическая).

Как показано в ряде работ [4] [5] анализ средней квадратической ошибки и дисперсионный анализ являются одними из главных и ключевых методов анализа тренда, то есть они являются приоритетными при описании тенденций исходных временных рядов.

Средняя квадратическая ошибка [6] определяется по формуле:

$$\sigma_{om} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_t)^2}{n - k - 1}} \quad (4)$$

где,

k – число параметров уравнения.

Чем меньше значение средней квадратической ошибки, тем функция наилучшим образом описывает тенденцию исходного временного ряда.

Суть дисперсионного анализа в том, что общая вариация временного ряда делится на две части: вариация вследствие тенденции и случайная вариация (данном методом происходит сравнение дисперсий).

Чтобы убедиться в правильности выбора подходящего тренда в работе, необходима проверка остатков на случайность. Исследование случайного компонента проводится с целью решения двух основных задач: оценки правильности выбора трендовой модели и оценки стационарности случайного процесса.

При правильном выборе формы тренда отклонения от него будут носить случайный характер, что означает, что изменение случайной величины ε_t не связано с изменением t . Для этого определяются отклонения эмпирических значений от теоретических: $\varepsilon_t = y_t - f(t)$ для каждого уровня исходного временного ряда.

Проверяется гипотеза H_0 : о том, что значения случайной величины ε_t случайны и величина ε_t не зависит от времени.

В данной работе будет использован критерий серий, основанный на медиане выборки. Выборка признается случайной, если одновременно выполняются неравенства ($\alpha = 0,05$):

$$\begin{cases} k_{\max}(n) < [3,3 * (\lg n + 1)] \\ V(n) > \left[\frac{1}{2}(n + 1 - 1,96\sqrt{n-1}) \right] \end{cases} \quad (5)$$

где

$k_{\max}(n)$ – длина наибольшей серии

$V(n)$ – число серий.

Если хотя бы одно неравенство нарушается, то гипотеза о случайности отклонений уровней временного ряда от тренда отвергается.

Основным условием анализа исходных значений признака и отклонений эмпирических значений от выровненных по тренду является нормальный закон распределения (распределение Гаусса).

Поэтому следующий шаг исследования для выбора модели заключатся в проверке нормальности выбранных показателей. Другими словами, осуществляется оценка нормальности распределения отклонений эмпирических уровней от теоретических, получен-

ных по уравнению тренда с помощью расчета необходимых коэффициентов.

При изучении формы распределения случайной величины важно выяснить, симметрична ли относительно центра распределения кривая плотности вероятности. Показателем степени несимметричности этой кривой является безразмерная величина, называемая коэффициентом асимметрии. Коэффициент асимметрии обозначается как γ или As . [3].

Коэффициент асимметрии находится по следующей формуле:

$$As = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^3}{\frac{1}{n} \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2} \right)^3} \quad (6)$$

Не менее важным показателем формы распределения является безразмерный показатель, называемый эксцессом. Эксцесс обозначается как ε или Ex .

Он характеризует:

- остроту пика распределения,
- крутизну спада хвостов распределения. [3].

Эксцесс находится по следующей формуле:

$$Ex = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^4}{\left(\frac{1}{n} \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2} \right)^4 \right)^3} - 3 \quad (7)$$

Уровни ряда динамики являются нормально распределенными, если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$\begin{cases} |As| < 1,5 * \sigma_{As} \\ \left| Ex - \frac{6}{n+1} \right| < 1,5 \sigma_{Ex} \end{cases} \quad (8)$$

где

σ_{As}, σ_{Ex} – среднеквадратические ошибки коэффициентов асимметрии и эксцесса.

Так, после анализа исследуемых показателей, выявления у них тенденций и проверки на нормальный закон распределения, можно переходить к построению прогнозной модели.

Наиболее распространенным методом прогнозирования выступает аналитическое выражение тренда. При таком подходе к прогнозированию предполагается, что размер уровня, характеризующего явление, формируется

под воздействием множества факторов, причем не представляется возможным выделить порознь их влияние. В связи с этим ход развития связывается не с какими-либо конкретными факторами, а с течением времени.

Экстраполяция дает возможность получить точечное значение прогноза.

Однако, совпадение фактических данных и прогностических оценок – явление маловероятное, поэтому целесообразно определить доверительные интервалы прогноза.

Величина доверительного интервала определяется следующим образом:

$$\left[\hat{y}_t^* - t_\alpha * \sigma_{\bar{y}_t}; \hat{y}_t^* + t_\alpha * \sigma_{\bar{y}_t} \right] \quad (9)$$

где

$\sigma_{\bar{y}_t}$ – средняя квадратическая ошибка тренда;

$\hat{y}_t^*$ – расчетное прогнозное значение уровня;

t_α – доверительное значение критерия Стьюдента с $n-1$ степенями свободы.

Необходимо помнить, что если в рядах динамики или в остаточных величинах имеется автокорреляция, то оценки коэффициентов регрессии, полученные методом наименьших квадратов, будут несмещенными, но неэффективными, так как наличие автокорреляции увеличивает дисперсии коэффициентов регрессии. Это затрудняет построение доверительных интервалов для коэффициентов регрессии и проверку их значимости. Из этого следует сделать вывод, что прежде чем проводить анализ, необходимо исключить из исследуемых рядов автокорреляцию.

Для проверки автокорреляции в уровнях ряда используется критерий Дарбина-Уотсона. Гипотеза о наличии автокорреляции проверяется с помощью случайной величины:

$$DW = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (y_{t+1} - y_t)^2}{\sum_{t=1}^n y_t^2} \quad (10)$$

Если автокорреляция отсутствует, то величина d близка к 2. При наличии положительной автокорреляции величина будет меньше 2; при отрицательной автокорреляции она будет превышать 2. Так как d должно находиться между значениями 1 и -1 , то d должно лежать между 0 и 4.

После того как установлено наличие автокорреляции следует приступить к построению модели. Основны-

ми моделями связанных рядов динамики являются модели авторегрессии.

Не смотря на то, что в настоящее время разработано три способа исключения автокорреляции (использование последовательных или конечных разностей, метод исключения тенденции, метод Фриша-Воу), наиболее предпочтительным в экономическом анализе является метод Фриша-Воу, так как позволяет наиболее точно и четко без проведения других вычислительных работ интерпретировать параметры исходной модели.

Он заключается в ведении времени как дополнительного факторного признака. Это возможно только в случае, если основные тенденции временных рядов одинаковы. В этом случае парные связи обращаются в связи многофакторные и расчеты коэффициента корреляции и уравнения регрессии проводятся методами многофакторной корреляции и регрессии [9].

Ожидаемая модель будет иметь вид:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_k x_k + a_{k+1} t \quad (11)$$

3. Проверка корректности модели

Для проверки корректности разработанной модели в нее была подставлена статистика (Таблица 1) работы Управления МВПС и ЛБ. Y – количество инцидентов, находящихся в зоне ответственности Управления. X_1 , X_2 , X_3 – количество плановых работ ТО2, ТО3 и ТР1 соответственно.

По данным корреляционной матрицы между признаками не была обнаружена мультиколлинеарность. Поэтому все переменные могут быть включены в дальнейший анализ.

Для проверки гипотезы о наличии тенденции найдём необходимые значения T_r для всех признаков. Получен-

ные расчетные значения статистики представлены в таблице ниже.

Таблица 2. Расчетные значения кумулятивного T -критерия

	Y	X_1	X_2	X_3
T_p	12,8	11,6	13,5	13,6

$$T_{kp} : \begin{cases} \alpha = 0,05 \\ n = 12 \end{cases} = 5,49 \quad (12)$$

Для всех рассматриваемых признаков $T_p > T_{kp}$, значит гипотеза об отсутствии тенденции в ряду динамики отвергается с вероятностью ошибки $\alpha = 0,05$.

Таким образом, в ходе моделирования тенденции временного ряда на основе метода кумулятивного T -критерия была выявлена тенденция во всех исследуемых признаках. Таким образом, мы продолжаем изучение оставшихся показателей.

Были построены различные уравнения, способные описать тенденцию, но наиболее подходящим уравнением для всех признаков, исходя из дисперсионного анализа и среднеквадратической ошибки, оказался полином первой степени.

Найденные полиномы для всех исследуемых признаков представлены ниже:

$$\hat{Y} = 527,27 - 34,04 * t \quad (13)$$

$$\hat{X}_1 = 293,02 + 153,20 * t \quad (14)$$

$$\hat{X}_2 = 22,82 + 139,68 * t \quad (15)$$

$$\hat{X}_3 = 5,71 + 17,26 * t \quad (16)$$

Для проверки правильности выбранной модели, проверим выполнение случайности остатков для каждого признака (Таблица 3).

Таблица 3. Расчетные значения критерия серий

	Y	X_1	X_2	X_3
$K_{\max}(n)$	6	3	6	5
Число серий $V(n)$	4	5	4	4

Полученные значения k и v должны одновременно удовлетворять следующим неравенствам:

$$\begin{cases} k_{\max}(n) < 6,86 \\ V(n) > 3,25 \end{cases} \quad (17)$$

Оба неравенства выполняются для всех показателей, значит гипотеза о случайности отклонений уровней временного ряда от тренда принимается, остатки случайно распределены, а значит выбранные уравнения тренда адекватны.

Таблица 1. Результирующий фактор и объясняющие переменные

Месяц	Y	X_1	X_2	X_3
январь	421	341	134	15
февраль	402	414	219	28
март	431	469	333	28
апрель	416	849	296	67
май	409	1153	836	119
июнь	354	2065	1081	124
июль	382	1238	1166	145
август	320	1718	1362	172
сентябрь	207	1716	1496	174
октябрь	140	1915	1463	195
ноябрь	128	1750	1396	179
декабрь	62	1838	1387	169

Таблица 4. Выявление автокорреляции в уровнях рядов динамики

Показатель	Коэффициент Дарбина-Уотсона для уровней ряда				Коэффициент Дарбина-Уотсона для остаточных величин			
	d_p	d_1	d_2	автокорреляция	d_p	d_1	d_2	автокорреляция
Y	0,023	1,01	1,33	Есть	0,601	1,01	1,33	Есть
X_1	0,098	1,01	1,33	Есть	1,897	1,01	1,33	Нет
X_2	0,033	1,01	1,33	Есть	0,746	1,01	1,33	Есть
X_3	0,030	1,01	1,33	Есть	0,742	1,01	1,33	Есть

Таблица 5. Точечные и интервальные оценки прогноза числа инцидентов, построенные по авторегрессионной модели

Год	L	$\widehat{X}_{2t+L}^*$	$\widehat{X}_{3t+L}^*$	$\hat{y}_{t+L}^*$	Нижняя граница	Верхняя граница
Январь, 2013	1	1413,682	176,121	48,182	41,522	54,842
Февраль 2013	2	1442,364	183,383	34,596	27,936	41,256

Прежде чем делать вывод о тесноте связи между рассматриваемыми рядами динамики, необходимо проверить наличие автокорреляции в них, чтобы оценить степень зависимости между соседними уровнями временного ряда.

Для проверки автокорреляции в уровнях ряда был использован критерий Дарбина-Уотсона.

Для всех признаков коэффициенты для выявления автокорреляции представлены в Таблице 4.

Таким образом, согласно Критерию Дарбина-Уотсона, в уровнях всех признаков есть автокорреляция, а у признаков Y , X_2 и X_3 выявлена автокорреляция в остатках.

Была построена многофакторная регрессионная модель методом пошагового исключения переменных.

В связи с тем, что наиболее подходящим уравнением, описывающую тенденцию выбранных переменных, является полином первой степени, то конечный вид многофакторной регрессионной модели, построенной методом пошагового исключения переменных, будет следующим:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4t \quad (18)$$

На уровне значимости 0,01 коэффициенты при следующих объясняющих переменных значимо отличаются от нуля: при факторных признаках X_2 и X_3 , а также при t (признак X_1 не вошел в модель).

Авторегрессионная модель имеет вид:

$$\hat{y} = 457,418 - 0,193 \cdot X_2 - 0,394 \cdot X_3 - 0,767t \quad (19)$$

$$(12,05) \quad (-3,37) \quad (-2,32) \quad (-2,38)$$

$$R = 0,971$$

$$R^2 = 0,945$$

$$R^2 \text{ скорректированный} = 0,934$$

$$F = 15,320$$

Под коэффициентами регрессии указаны значения t -статистики. Параметры рассчитанного уравнения регрессии свидетельствуют о его статистической адекватности. Величина R^2 характеризует долю общей дисперсии зависимой переменной, обусловленную воздействием объясняющих переменных. Таким образом, около 94,5% вариации числа инцидентов, находящихся под контролем управления МВПС и ЛБ (Y) объясняется вариацией

числа плановых работ ТО-3 (X_2), ТР-1 (X_3), а также фактором времени (t); 5,5% вариации вызвано воздействием неучтенных в модели и случайных факторов. Таким образом, можно сделать вывод, что модель достаточно адекватно отражает исследуемый процесс.

При увеличении на единицу количества работ ТО-3 (X_2), число инцидентов (Y) уменьшается на 0,193 единицы своего измерения или на 0,193 случая; при увеличении на единицу количества работ ТР-1 (X_3), число инцидентов (Y) уменьшается на 0,394 единицы своего измерения или на 0,394 случая.

На основе полученной авторегрессионной модели были построены точечные и интервальные значения числа инцидентов (таблица 5).

Мы получили оценки числа инцидентов на два периода упреждения. Если принять, что ход развития данного показателя связывается с конкретными факторами, то с помощью построения многофакторной модели можно получить, что в ближайшие 2 месяца число инцидентов будет снижаться.

Если принять, что в январе 2013 г. число работ ТО-3 (X_2) составит 1413, а

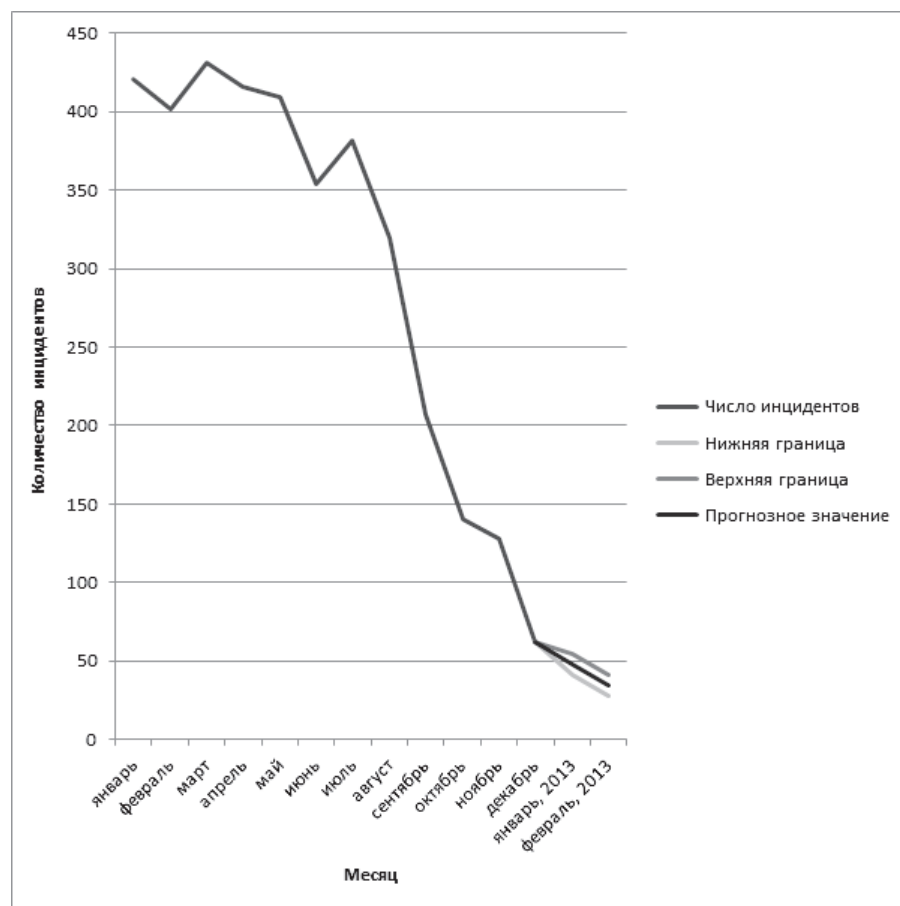


Рис.1. Число инцидентов за январь-декабрь 2012г. и прогноз по многофакторной модели на январь-февраль, 2013г.

число работ ТР-1 (X_3) будет 176, то прогнозное значение число инцидентов по многофакторной модели в январе будет составлять 48

С вероятностью 95% можно утверждать, что данное прогнозное значение будет находиться в интервале [42;55].

4. Заключение

Таким образом, в статье описано 2 варианта построения зависимости числа возникающих инцидентов от разного рода планово-предупредительных работ: на основе регрессионной или авторегрессионной модели (в зависимости от отсутствия/наличия автокорреляции соответственно).

На основе построенной модели сделан прогноз на несколько периодов упреждения (в данном случае месяцев). Данные результаты совпадают с фактическими данными за январь, что позволяет сделать вывод о высоком качестве разработанной модели.

Литература

1. Антохонова И.В. Методы прогнозирования социально-экономических процессов: Учебное пособие. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2004. – 212 с
2. Богонюк Ирина Владимировна. Методология статистического анализа и прогнозирования численности и состава пенсионеров : Дис. канд. экон. наук : 08.00.12 : Москва, 2001 212 с. РГБ ОД, 61:01-8/2666-7
3. Булашев С.В. Статистика для трейдеров. – М.: Компания Спутник+, 2003.
4. Гречухин Дмитрий Михайлович. Моделирование инвестиционного рейтинга предприятий: диссертация кандидата экономических наук : 08.00.13 / Гречухин Дмитрий Михайлович; [Место защиты: С.-Петерб. гос. инженер.-эконом. ун-т]. – Санкт-Петербург, 2008. – 178 с.: ил. РГБ ОД, 61 09-8/241

5. Клапко Андрей Орестович. Математическое моделирование и прогнозирование цен на фондовом рынке : Дис. канд. экон. наук : 08.00.13 Москва, 2005 134 с. РГБ ОД, 61:06-8/897
6. М. : Юрист, 2001. – 511 с. 7. Елисеева И.И. Общая теория статистики: учебник для вузов
7. Минзов А.С. Эконометрика. – М.:Издательство, 2000. –51 с.
8. Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко «Эконометрика», Москва, 2005
9. Садовникова Н.А., Шмойлова Р.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. Вып. 4: Учебно-методический комплекс. – М.: Изд.центр ЕАОИ, 2009.
10. Эконометрика : учеб. пособие: для студентов вузов, обучающихся по специальности «Мат. методы в экономике» и другим экон. специальностям В. Г. Степанов, Е. И. Бойко, Т. П. Голубева ; Образоват. консорциум Среднерус. университет, Брянск. открытый институт упр. и бизнеса, Регион. гуманитар. институт. Москва Рус. полиграф. группа 2005 143 с
11. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. – М: Финансы и статистика, 2002.
12. Юлгушев Равиль Мухамедович. Статистический анализ и прогнозирование развития коллективных средств размещения г. Москвы : дис. ... кандидата экономических наук : 08.00.12 / Юлгушев Равиль Мухамедович; [Место защиты: Моск. гос. ун-т экономики, статистики и информатики]. – Москва, 2009. – 22 с.: ил. РГБ ОД, 9 09-4/985.

References

1. Antohonova IV Methods for predicting the socio-economic processes: the manual. – Ulan-Ude: Izd ESSTU, 2004. – 212
2. Bogonyuk Irina. The methodology of statistical analysis and forecasting the size and composition of pensioners: Dis. Can-

didate. Econ. Sciences: 08.00.12: Moscow, 2001 212 с. RSL OD, 61:01-8 / 2666-7

3. Bulashev SV Statistics for traders. – M.: Satellite + Company, 2003.

4. Grechukhin Dmitry Mikhailovich. Modeling investment grade companies: dissertation Sciences: 08.00.13 / Grechukhin Dmitry M., [a protection Place: St. Petersburg. State. inzhener.-economy. Univ]. – St. Petersburg, 2008. – 178 p.: ill. RSL OD, 61 09-8/241

5. Klapka Andrew Orestovich. Mathematical modeling and forecasting stock prices: Dis. Candidate. Econ. Sciences: 08.00.13 Moscow, 2005 134. RSL OD, 61:06-8 / 897

6. M. Lawyer, 2001. – 511 p. 7. Eliseev II General theory of statistics: a textbook for high schools

7. A. Means Econometrics. – M.: Publishing, 2000. – 51.

8. NS Kramer, B. Putko «Econometrics», Moscow, 2005

9. Sadovnikova NA, RA Shmoilova Time series analysis and forecasting. No. 4: instructional complex. – Moscow: Izd. tsentr EAOI, 2009.

10. Econometrics: studies. Tutorial: for students studying for a degree, "Mat. methods in economics" and other economical. specialties V. Stepanov, E. Boyko, T. Golubeva, Obrazovat. Srednerus consortium. University, Bryansk. Open Institute Ex. and Business Region. humanity. Institute. Moscow Eng. polygraph. 2005 143 with a group of

11. Econometrics: A Textbook / ed. II Eliseev. – Moscow: Finance and Statistics, 2002.

12. Yulgushev Ravil Mukhamedovich. Statistical analysis and forecasting of collective accommodation facilities in Moscow: Dis. ... Candidate of economic sciences: 08.00.12 / Yulgushev Ravil Mukhamedovich; [a protection Place: Mosk. State. University of Economics, Statistics and Informatics]. – Moscow, 2009. – 22 p.: ill. RSL OD, 9 09-4/985.