УДК 372.851
DOI: http://dx.doi.org/10.21686/2500-3925-2018-3-67-83

С.И. Торопова
Вятский государственный университет, Киров, Россия

Математическое моделирование в содержании обучения математике студентов экологических направлений подготовки

Согласно современным исследованиям в области дидактики содержание образования, в том числе математического, должно быть представлено двумя составляющими знания: информационной и методологической.

***Цель исследования** – выявить потенциал математического моделирования, являющегося общенаучным методом познания, в процессе формирования обеих составляющих содержания обучения математике студентов экологических направлений подготовки.*

***Материалы и методы.** Основой исследования, посвященного изучению места и роли математического моделирования в профессиональной подготовке будущих экологов, стал анализ литературных источников и осмысление опыта преподавания математики студентам экологических направлений подготовки в других вузах России. Представленные в публикациях модели формируют у обучающихся знания, субъективно новые только для них. В статье подробно рассмотрен процесс конструирования студентами нового научного знания на основе математического моделирования методами многомерного статистического анализа.*

***Результаты.** Охарактеризована информационная составляющая содержания математического образования студентов-экологов, включающая обучение математическому моделированию. Проиллюстрировано формирование его методологической компоненты на примере реализации группового исследовательского проекта по построению и анализу графических и аналитических множественных регрессионных моделей. Математическое моделирование осуществлялось на основе данных мониторинга социально-экономических и медико-экологических показателей Кировской области за 2007–2016 годы совместно со студентами-экологами Вятского государственного университета. Детально охарактеризована процедура научно-обоснованного выбора факторов в модель, их классификация методом корреляционных плеяд, позволяющим эффективно анализировать как сильные, так и слабые корреляционные связи, преобладающие во взаимоотношениях человека с окружающей средой. Математическое моделирование связей между показателями здоровья населения Кировской области и факторами среды обитания осуществлялось с использованием множественного корреляционно-регрессионного анализа. Учтена возможная нелинейность изучаемых связей. Представлен процесс последовательного выбора наилучшей модели множественной регрессии с учетом таких критериев, как коэффициент детерминации, тест Зарембки, стандартная ошибка регрессии и ошибка аппроксимации.*

***Заключение.** Перечисленным критериям удовлетворяют линейная, обратная, степенная и показательная модели. Из них высокое качество подбора уравнения регрессии обеспечивает показательная модель, имеющая статистически значимые параметры и допускающая их интерпретацию с точки зрения экологии.*

На основе анализа построенных математических моделей сформулированы некоторые выводы, представляющие научный и практический интерес для жителей Кировской области и согласующиеся с результатами других исследователей. В частности, было установлено, что на состояние здоровья населения региона более существенное влияние оказывают социально-экономические факторы окружающей среды по сравнению с медико-экологическими показателями.

Включение математического моделирования в содержание высшего образования будущих экологов способствует формированию научного мировоззрения, прикладной и профессиональной направленности обучения математике, усилению мотивации к изучению математических тем. Участие студентов в групповых исследовательских проектах, посвященных применению математического моделирования в будущей профессиональной деятельности, обеспечивает реализацию междисциплинарности обучения, освоение методов и логики научного исследования.

***Ключевые слова:** математическая модель, линейная модель множественной регрессии, нелинейные регрессионные модели*

Svetlana I. Toropova
Vyatka state university, Kirov, Russia

Mathematical modeling in the content of students-ecologists' training of mathematics

According to modern studies in the field of didactics, the content of education, such as mathemati-cal, should be represented by two components of knowledge: information and methodological.

***The purpose** of current research is to identify the potential of mathematical modeling, as a general scientific method of cognition in the process of forming both components of the educational content for students of environmental training directions.*

***Materials and methods.** The basis of the research, devoted to the study of the place and role of mathematical modeling in the training of future ecologists was the analysis of literature and the comprehension of experience of teaching mathematics for students of environmental training direc-tions in other Russian universities. Most of the presented models in the publications form knowledge, subjectively new only for the students. The paper is considering in detail the process of constructing by students new scientific knowledge on the basis of mathematical modeling, using methods of multivariate statistical analysis.*

***Results.** The information component of the mathematical education content, which includes training in mathematical modeling for students-ecologists, is described. The paper gives an illustration of its methodological component formation on the example of the implementation of a group research project, including construction and analysis of graphical and analytical multiple regression models. Mathematical modeling was carried out on the basis of monitoring data of social-economic and medical-ecological indicators of the Kirov region for 2007-2016 together with students-ecologists of Vyatka State University. The procedure of scientifically based choice of factors in the model, their classification by the method of correlation pleiades, which allow effective analyzing both strong and weak correlation*

links, prevailing in the relationship between a person and the environment are described in detail. Mathematical modeling of the links between the health indicators of the population of the Kirov region and habitat factors was carried out using multiple correlation-regression analysis. The possible nonlinearity of the studied bonds is taken into account. The process of sequential selection of the best model of multiple regressions is presented, taking into account such criteria as determination coefficient, Zarembka test, standard regression error and approximation error.

Conclusion. *The listed criteria are satisfied by linear, inverse, power and exponential models. Among them high-quality selection of the regression equation is ensured by an exponential model that has statistically significant parameters and allows interpretation from the ecological point of view.*

Based on the analysis of the constructed mathematical models, some conclusions are formulated, which are of scientific and practical interest for residents of the Kirov region and consistent with the results of other researchers. In particular, it was found that the health status of the population of the region is more significantly influenced by social-economic factors of the environment in comparison with medical and environmental indicators.

The inclusion of mathematical modeling in the content of higher education of future ecologists promotes the formation of a scientific worldview, the applied and professional orientation of teach-ing mathematics, and the strengthening of motivation to study mathematical content. Participation of students at group research projects devoted to the application of mathematical modeling in the future professional activity ensures the implementation of interdisciplinary study, mastering the methods and logic of scientific research.

Keywords: *mathematical model, linear multiple regression model, nonlinear regression models*

Введение

Изучение математических тем студентами экологических направлений подготовки имеет прикладной характер. Математика для будущих экологов является средством освоения профильных дисциплин и предоставляет инструментарий для решения задач профессиональной деятельности таких, например, как оценка антропогенного воздействия на окружающую среду, анализ медико-демографических проблем в условиях данного воздействия, прогнозирование экологических рисков и т. д.

Прикладная направленность обучения математике реализуется преимущественно через его содержание. В соответствии с исследованиями О.Б. Епишевой, Т.А. Ивановой, Г.И. Саранцева и др. обязательным содержанием математического образования должна стать та часть математических знаний, которая обеспечит формирование у обучающихся представлений о математике как науке, овладение математическим языком, математическими идеями, методами, важнейшим из которых выступает математическое моделирование.

Общепризнанно, что математическое моделирование является универсальным методом научного познания, с помощью которого создается модель объекта исследования. Существует обширная научная литература, содержащая основные понятия математического моделирования, его общие принципы, преимущества и недостатки, различные классификации математических моделей, этапы их построения, приложения в разнообразных областях знаний, включая экологию.

Согласно научным исследованиям особая значимость математического моделирования явлений экологии состоит в следующем. Данный метод обеспечивает изучение таких сложных объектов, как, например, целая экосистема; объектов, над которыми прямой эксперимент затруднен или экономически невыгоден. С опорой на математическое моделирование исследуются мелкомасштабные процессы, в частности биотехнологические; медленно или, наоборот, быстро протекающие процессы, к числу которых относятся эволюционные признаки и радиоактивный распад соответственно. С помощью математических моделей описываются и анализируются огромные информационные массивы данных мониторинга окружающей среды, составляются научно обоснованные прогнозы и проекты, в том числе региональные. В некоторых случаях прогноз на основе математического моделирования выступает единственным способом предвидеть последствия антропогенных, катастрофических и др. воздействий на окружающую природную среду без проведения реальных экспериментов над ней. По мнению большинства исследователей в этом состоит существенное преимущество математического моделирования в экологии.

Целесообразность изучения математического моделирования студентами-экологами объясняется не только выше указанными положениями. В процессе математического моделирования осуществляется трансформация полученных студентами знаний, умений и навыков в способы деятельности, в том числе профессиональной. Изучение математических моделей обеспечивает междисциплинарность обучения, поскольку в процессе создания и работы с математической моделью интегрируются научные знания математики, информатики, экологии, биологии и других дисциплин. Прикладная профессиональная направленность и междисциплинарный характер обучения обусловливают усиление мотивации к изучению математических тем и осознание студентами экологических направлений подготовки математического моделирования необходимой составляющей содержания их математического образования.

Согласно основным положениям современной дидактики содержание образования, в том числе математического, включает в себя две системы

знаний [1, с. 29]. Первую – информационную составляющую – образуют научные сведения об объектах, фактах, явлениях в их связях и отношениях. Вторая – методологическая составляющая – представлена знаниями о способах деятельности, методах познания, включает опыт научной деятельности, отражает эмоционально-ценностное отношение к деятельности и ее объектам.

Цель настоящей работы состоит в исследовании образовательного потенциала математического моделирования в процессе формирования обеих составляющих содержания обучения математике студентов экологических направлений подготовки.

РАЗДЕЛ 1. Характеристика информационной составляющей содержания математического образования студентов-экологов

Начнем с исследования информационной составляющей, поскольку она занимает центральное место в обозначенной структуре содержания математического образования будущих экологов, обеспечивает овладение обучающимися математическим аппаратом, способами решения математических и прикладных задач. Реализация методологической составляющей осуществляется в процессе усвоения студентами результата знания, отражающего информационную компоненту.

Описание математических моделей экологии согласно разделам высшей математики

Анализ проблем применения математического моделирования в экологии, биологии и других смежных областях позволил выделить следующие виды математических моделей, отраженные в табл. 1.

Таблица 1

Математические модели экологии и смежных дисциплин

Примеры математических моделей	Источник, в котором представленоописание модели
Матричные модели	
Модели популяций Лесли; матрица биоценозов; матрицы средней продолжительности жизни; матрица рационов; матрицы, характеризующие контакты первого и второго порядка в эпидемиологии; матрица Леопольда оценки воздействия на окружающую среду	Александров А.Ю., Платонов А.В., Старков В.Н., Степенко Н.А. Математическое моделирование и исследование устойчивости биологических сообществ: Учебное пособие. 2-е изд. СПб.: Издательство «Лань», 2016. 272 с.
Графические модели	
Кривые биоразнообразия, кривые выживания; экологические пирамиды (численности, биомассы, энергии); диаграммы Вороного, иллюстрирующие ассиметричную конкуренцию видов	Чернова Н.И., Былова А.М. Общая экология: Учеб. пособие для студентов пед. вузов. М.: Дрофа, 2004. 411 с.
Векторные модели	
Аэродинамика полета птиц, биомеханика плавания рыб; модель n-мерной экологической ниши; популяционный вектор экосистемы	Гроссман С., Тернер Дж. Математика для биологов. М.: Высш. школа, 1983. 383 с.
Модели, основанные на применении производной	
Задача о скорости роста популяции, задача о скорости химической реакции; математическое описание роста растения	Баврин И.И. Высшая математика для педагогических направлений: учебник для бакалавров. 2-е изд. М.: Издательство Юрайт, 2015. 616 с.
Модели на основе определенного интеграла	
Модели численности популяции, биомассы популяции; средняя длина пути прохождения животными некоторого фиксированного участка; модель поверхности гриба	Баврин И.И. Математическая обработка информации: Учебник для студентов всех профилей направления «Педагогическое образование». М.: Прометей, 2016. 262 с.
Модели теории функции нескольких переменных	
Модели реакции на инъекцию лекарственного препарата; функция типа почвы от климата, растительности, жизнедеятельности организмов, материнской породы, осадков и времени	Баврин И.И. Высшая математика для педагогических направлений: учебник для бакалавров. 2-е изд. М.: Издательство Юрайт, 2015. 616 с.
Модели на основе дифференциальных уравнений	
Модели динамики численности популяций; модели Бейли, Кермака-Маккендрика распространения эпидемий; модель радиоактивного распада; модель падения дождя; модель роста листьев, целого растения; модель роста опухоли; модель взаимодействия загрязнения с окружающей средой; модель демографических, экономических и природоохранных взаимосвязей	Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П. Динамические системы и модели биологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 400 с.
Модели на основе разностных уравнений	
Дискретные модели неограниченной одиночной популяции, ограниченной популяции, популяции с учетом запаздывания и возрастной структуры	Баврин И.И. Математическая обработка информации: Учебник для студентов всех профилей направления «Педагогическое образование». М.: Прометей, 2016. 262 с.
Модели дискретной математики	
Модель, описывающая количество пар кроликов; трофические пирамиды, основанные на использовании ориентированных графов; математическая модель искусственного нейрона Маккалока-Питтса; формула количества хромосом, числа различных полимеров из данных сортов мономеров	Гроссман С., Тернер Дж. Математика для биологов. М.: Высш. школа, 1983. 383 с.

Окончание табл. 1

Примеры математических моделей	Источник, в котором представленоописание модели
Стохастические модели	
Модель заболевания редкими болезнями, метод подсчета числа клеток под микроскопом, модель радиоактивного распада, основанные на законе Пуассона; схема гибели-размножения, марковский процесс инфекционного заболевания; законы Менделя и Харди – Вайнберга	Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1963. 512 с.
Статистические модели	
Индексы видового богатства, видового разнообразия; модели нелинейной регрессии (модель зависимости между количеством производителей хамсы и количеством молоди от каждого нерестившегося производителя в большой имитационной модели динамики рыбного стада Азовского моря; модель скорости поглощения кислорода опадом листьев с факторами: число дней, в течение которых выдерживались образцы, процентное содержание влаги в образцах, температура в градусах С)	Гринин А.С., Орехов Н.А., Новиков В.Н. Математические моделирование в экологии: Учеб. пособие для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. 269 с.; Пузаченко Ю.Г. Математические методы в экологических и географических исследованиях: учебное пособие для студентов вузов. М.: Академия, 2004. 416 с.
Модели исследования операций	
Модели линейного программирования (модель рациона хищника, заселения озера рыбами, оптимизация программы вырубки леса с учетом фактора биоразнообразия, модели экологистики), модели нелинейного программирования (градиентный анализ жизненного состояния ценопопуляций), задачи теории игр (задача нормирования выбросов вредных веществ, задача оптимизации выбора размеров штрафов за загрязнение окружающей среды, игры с природой), задачи теории принятия решений (оценка ущерба окружающей природной среде), модели теории массового обслуживания (анализ пространственно-временной динамики на основе метода Монте-Карло)	Гринин А.С., Орехов Н.А., Новиков В.Н. Математические моделирование в экологии: Учеб. пособие для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. 269 с.; Наац В.И., Наац И.Э. Математические модели и численные методы в задачах экологического мониторинга атмосферы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 328 с.; Петросян Л. А., Захаров В.В. Введение в математическую экологию. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. 224 с.

Выделенные математические модели входят в содержание обучения студентов-экологов математике, а также являются предметом изучения математической экологии. Однако, и в других отраслях современной экологии математические модели находят свое приложение. Данное обстоятельство подтверждает обзор более двухсот учебников, учебно-методических пособий, монографий по общей, прикладной, социальной, медицинской, инженерной, промышленной, биофизической, системной экологии, экологии человека, города, растений, геоэкологии, биоэкологии, радиоэкологии, экологическому мониторингу, менеджменту и многих других экологических направлений. Практически в каждом из перечисленных источников используются математические понятия процента, натурального логарифма, экспоненты, степени. Широко распространены следующие графические модели: графики действия факторов среды на живые организмы, динамики численности, температур и т.п.; графы, изображающие поток энергии, круговорот вещества и др.; столбчатые и круговые диаграммы для иллюстрации, например, динамики выбросов загрязняющих веществ; полигон частот, демонстрирующий, в частности, встречаемость некоторого вида в различных местах обитания; три типа экологических пирамид и многие другие.

Описание математических моделей согласно направлениям современной экологии

Приведем примеры некоторых математических моделей в соответствии с основными направлениями экологии. В литературе по экологии, общей экологии, основам экологии вводится понятие математического моделирования как одного из методов решения задач экологии, описаны этапы математического моделирования, классификация моделей и требования к ним. Наиболее полно представлены математические модели по следующим разделам высшей математики: матричные модели сообщества, биоценозов, модели векторной алгебры и аналитической геометрии (например, формулы объема эллипсоида вращения и цилиндра для вычисления объема клетки); кривые выживания и биоразнообразия; модели динамики популяции; модели, основанные на несобственном интеграле с бесконечным верхним пределом интегрирования, для расчета риска токсических эффектов; эволюционные модели; модели дискретной математики (теоретико-множественные, геометрическая прогрессия, числа Фибоначчи, золотое сечение); вероятностные (гипергеометрическое распределение, закон Харди-Вайнберга); статистические, например, корреляция величины участка с размерами тела и другие.

В биоэкологии используются элементы векторной алгебры для определения экологической ниши как n-мерного объекта, изучения аэродинамики птиц; модели на основе дифференциальных уравнений; такие вероятностные модели, как закон Харди-Вайнберга, гипергеометрический закон учета плотности популяции методом повторного от-

лова; кластерный анализ для осуществления различных типов классификаций и т. д. В основе усвоения биофизической экологии лежит наиболее серьезный математический аппарат, требующий фундаментальных знаний в области математического анализа и теории вероятностей. В содержание обучения системной экологии включены модели на основе определенного интеграла и дифференциальных уравнений, теоретико-множественные модели, модели общей алгебры, использующие понятия отображения, композиции, гомоморфного отображения и другие. Изучение промышленной экологии обеспечивается следующими математическими моделями и методами: матричными (матрица выбора Пью для отражения характеристик возможной конструкции проекта, матрица SLCA оценивания экологически ответственного продукта и др.); вероятностными, в частности лог-нормальным законом распределения; методами оптимальных решений, например, деревом событий; математическими методами обработки результатов измерений и т. д. В литературе по инженерной экологии упоимнаются законы распределения непрерывных случайных величин (нормальный, экспоненциальный, Парето и др.), методы оптимальных решений, эффективно используемые для оценки экологического риска.

При изучении дисциплины «Экологический мониторинг» применяются матричные модели, в частности матрица Леопольда, методы описательной статистики, корреляционно-регрессионный и дисперсионный анализы, параметрические и непараметрические критерии статистики, анализ временных рядов, метод экспертных оценок, элементы математической логики, теории искусственных нейронных сетей и другие. Освоение экологического менеджмента включает ознакомление с матричными моделями, основами теории множеств, статистическими методами проверки гипотез, методом экспертных оценок. Качественное обучение медицинской экологии опирается на глубокое изучение методов и моделей математической статистики, направленных, например, для установления взаимосвязи числа злокачественных новообразований, болезней органов дыхания, кожи, репродуктивной системы с загрязнением окружающей среды. В источниках по социальной экологии представлено описание глобальных моделей, например, модели Форрестера; по радиоэкологии – экспоненциальной модели распада радиоактивного вещества; по экологической экспертизе предприятий – анализ пространственно-временных рядов; по экологической безопасности – матричные модели, кривые выживания, вероятностные модели, в частности распределение Пуассона, модели на основе дифференциальных уравнений, оптимизационные модели и модели теории игр, корреляционные модели. Широкий спектр статистических моделей, основанных на методах описательной статистики и экспертных оценок, корреляционном, дисперсионном, кластерном, факторном, дискриминантном анализах, используется в экологии почв, воды и других природных ресурсов.

Как отмечено выше, в своей профессиональной деятельности и в процессе подготовки будущего эколога используются многочисленные количественные данные наблюдений и экспериментов, обобщение и анализ которых осуществляется посредством статистических методов. Следовательно, особое значение в содержании обучения математике студентов-экологов приобретают статистические модели.

В одной из наших предыдущих работ [2, с. 74] мы указывали на преимущество статистических моделей, позволяющих учитывать комплексное и одновременное воздействие разных по степени силы факторов на окружающую среду, прогнозировать свойства объектов в новых неизученных условиях. Поскольку любое физическое вмешательство в природную среду может не просто нарушить чистоту эксперимента, но и привести к появлению негативных, а иногда необратимых последствий для ее состояния, исследование экологических систем с помощью статистических моделей особенно актуально.

В другой нашей работе [3, с. 179] отмечено, что при решении всего одной задачи методом корреляционно-регрессионного анализа студент обучается всем этапам математического моделирования: выдвижению гипотезы, построению математической модели, исследованию ее адекватности моделируемому объекту, интерпретации полученных математических результатов и прогнозу на основе построенной модели. Таким образом осуществляется обучение основным этапам научного исследования и формирование методологической компоненты содержания образования будущего эколога.

Из числа статистических моделей наибольшее применение в исследованиях экологического характера имеют разнообразные регрессионные модели. Полагаем целесообразным включение в содержание обучения математике как моделей, которые считаются классическими, так и моделей, представленных в современных научных публикациях. Рассмотрим некоторые примеры.

Результаты моделирования с помощью линейных моделей множественной регрессии приводятся в ряде отечествен-

ных исследований по экологии и медицине. Например, в работе [4, с. 21] содержится обзор моделей, характеризующих общероссийские зависимости. В частности, построено уравнение $y_{15} = 22{,}07 + 2{,}01F_1 - 3{,}5F_2 - 3{,}7F_4$, где y_{15} – стандартизированный показатель смертности населения от инфекционных и паразитарных болезней, F_1 – уровень социально-экономического развития территории, F_2 – условия быта населения, F_4 – уровень развития социальной инфраструктуры. Группой исследователей [5, с. 22] было построено линейное уравнение $Y = 371{,}66 + 1{,}592x_1 - 2{,}02x_2 - 0{,}06x_3 - 0{,}07x_4 - 6{,}93x_5 + 2{,}07x_6$ множественной регрессии смертности Y вследствие злокачественных новообразований взрослого населения Воронежской области от количества среднего медицинского персонала x_1, укомплектованности средним медицинским персоналом x_2, коечного фонда x_3, профилактических осмотров x_4, средней длительности пребывания в стационаре x_5, деятельности общехирургических коек x_6. На примере Сибирского федерального округа [6, с. 183] множественные регрессионные модели используются для изучения статистически значимых связей социально-экономических показателей (X_1 – уровень безработицы, X_3 – доля ветхого, аварийного жилья, X_6 – численность врачей всех специальностей) и стандартизированных коэффициентов смертности мужчин Y_1 и женщин Y_2 соответственно: $Y_1 = 1851{,}832 + 18{,}365X_1 + 42{,}090X_3 - 5{,}722X_6$, $Y_2 = 768{,}646 + 14{,}877X_1 + 21{,}017X_3$. Сравнительный анализ моделей линейной множественной регрессии по исходным и логарифмическим данным представлен в исследовании [7, с. 72], посвященном изучению взаимосвязи региональных уровней смертности от ишемической болезни сердца (ИБС) с социально-экономическими факторами в Российской Федерации. В частности, построены две модели смертности от ИБС женщин 40–59 лет: $Y = 564{,}2 + 3{,}8G - 0{,}0038N$ и $\ln Y = 5{,}1 + 0{,}52\ln G - 0{,}567\ln N + 0{,}109\ln R$, где G – потребление жиров в среднем на одного члена домохозяйства в сутки (г), N – валовый региональный продукт на душу населения (руб.), R – выбросы загрязняющих веществ из стационарных источников (тыс. т в год). Сделан вывод в пользу модели по логарифмическим данным, поскольку уровень детерминации, отражающий степень достоверности построенной модели, оказался выше.

Отметим, что ряд исследователей указывают на наличие нелинейных связей факторов в системе «Среда обитания – здоровье населения» и целесообразность построения нелинейных моделей множественной регрессии. Например, в работе [8, с. 982] обнаружена статистически достоверная корреляционная связь средней силы между показателем обобщенного реального риска W здоровью населения Ростовской области и величинами комплексной антропогенной нагрузки KH; построена показательная регрессионная модель $W = 0{,}634 \cdot 1{,}156^{KH}$. Моделирование зависимости между вероятностными характеристиками здоровья работников промышленных предприятий Пермского края и индексами социально-экономической нагрузки осуществлялось с использованием логистической регрессии. В частности, в [9, с. 545] представлена модель $p = \frac{1}{1 + e^{2{,}1-1{,}3x}}$, в которой p – вероятность развития заболеваний в зависимости от индекса нагрузки x по показателям быта. Выбросы загрязняющих веществ в атмосферу города Перми от стационарных источников изучались на основе сравнительного анализа линейной $y = -1{,}45x + 49{,}32$, полиномиальной $y = 0{,}206x^2 - 4{,}25x + 5$, логарифмической $y = -7{,}67\ln x + 52{,}46$, степенной $y = 52{,}32x^{-0{,}185}$ и экспоненциальной $y = 0{,}476e^{-0{,}022x}$ моделей [10, с. 129]. Для прогнозирования выбросов была выбрана полиномиальная модель в связи с тем, что она характеризуется наименьшей величиной ошибки, допущенной при моделировании. В исследованиях, выполненных для Северо-Западного федерального округа [11, с. 129], реализуется степенная регрессионная модель между уровнем заболеваемости Z определенного типа и основными социально-экономическими факторами S и экологическими показателями E. Согласуется с данными эпидемиологических исследований степенная модель $y = 4{,}967x^{1{,}209}$ зависимости общей заболеваемости у острыми кишечными инфекциями (на 100 тыс. населения) от удельного веса x проб питьевой воды централизованных систем питьевого водоснабжения, несоответствующих гигиеническим требованиям по микробиологическим показателям [12, с. 44].

РАЗДЕЛ 2. Характеристика методологической составляющей содержания математического образования студентов-экологов

Как отмечено выше, одной из основных задач, стоящих перед высшей школой сегодня, является не только усвоение содержания учебного материала (информационной составляющей содержания образования), но и трансформация приобретенных в процессе обучения знаний, умений, навыков в способы деятельности, методы познания, опыт научной деятельности и эмоционально-ценностного отношения к ней (методологическую

составляющую). Значимым средством такой трансформации может служить математическое моделирование, обеспечивающее включение обучающихся в исследовательскую деятельность по научно обоснованному отбору факторов в модель, выбору целесообразного математического аппарата, поэтапному моделированию, выбору адекватной модели из числа построенных и т. д.

Собственный продолжительный опыт преподавания математики студентам экологических направлений подготовки и осмысление аналогичного опыта работы других вузов России привели нас к убеждению, что эффективным средством интеграции учебной, исследовательской и практической деятельности студентов является их участие в работе над групповыми исследовательскими проектами, имеющими прикладной характер и региональную направленность. Ниже приведен пример одного из таких реализованных нами проектов, содержание которого составляет обработка данных мониторинга состояния окружающей среды Кировской области методами многомерного статистического анализа.

Осуществляемая нами групповая исследовательская деятельность обеспечивает оптимальное включение каждого студента в активный познавательный процесс, направленный на формирование следующих умений и навыков: навыка использования методов высшей математики в качестве инструментария будущей профессиональной деятельности, умения работать с разными источниками информации, умения оформлять и представлять результаты своего исследования, навыка применения современных программных средств, навыка работы в коллективе.

Известно, что исследовательская деятельность студентов подразделяется на два вида деятельности: учебно-исследовательскую, в процессе которой студент осваивает субъективно новые и личностно-значимые для себя знания, и научно-исследовательскую, обеспечивающую получение объективно новых научных знаний. Для студентов, интересующихся научными исследованиями, большие возможности в целях реализации полноценной научно-исследовательской деятельности предоставляет работа над упоминаемыми прикладными исследовательскими проектами.

Осуществление самостоятельных оригинальных научных исследований, имеющих практическую значимость для своего региона, обеспечивает формирование методологической компоненты содержания математического образования, включающей эмоционально-ценностное отношение к нему и математической деятельности [1, с. 29]. Значение регионального аспекта в исследованиях экологической направленности подчеркивается в работах [4, 6, 8, 11, 13–16].

Таким образом, вовлечение студентов-экологов в реализацию групповых исследовательских проектов обеспечивает трансформацию учебно-познавательной деятельности бакалавра в профессиональную деятельность специалиста-эколога.

Реализация методологической компоненты на примере прикладного исследовательского проекта

Рассмотрим подробно статистическое моделирование, выполненное совместно со студентами направления подготовки «Техносферная безопасность» в текущем 2017/18 учебном году в рамках работы над групповым исследовательским проектом. Цель исследования состояла в построении моделей множественной регрессии (линейных и нелинейных) и иллюстрации их использования для оценки влияния социально-экономических и медико-экологических факторов среды обитания на определенные показатели здоровья населения Кировской области. Информационной базой исследования являлись статистические данные, опубликованные на официальных сайтах правительства Кировской области, Роспотребнадзора, Росстата и Кировстата за 2007–2016 годы. В процессе работы над групповым исследовательским проектом перед студентами формулировалась последовательность взаимосвязанных задач, решение которых осуществлялось поэтапно.

На первом этапе моделирования зависимостей «Среда обитания – здоровье населения» проводился научно обоснованный отбор факторов в модель.

Состояние здоровья населения в соответствии с работами [16–19] характеризуется следующими показателями: ожидаемая продолжительность предстоящей жизни (ОППЖ), рождаемость, смертность, заболеваемость, инвалидность. Значения перечисленных показателей для Кировской области, включенных в модель в качестве зависимой переменной, представлены в табл. 2.

Среда обитания описывалась двумя группами факторов, включенными в модель в качестве независимых переменных: социально-экономическими и медико-экологическими. Анализ здоровья населения с помощью подобных групп факторов методами математической статистики представлен в публикациях [6, 16, 17, 20–23].

Выбор факторов в модель осуществлялся с учетом следующих условий. Во-первых, были отобраны показатели, имеющие наибольшие коэффициенты корреляции с ука-

Таблица 2

Медико-демографические показатели здоровья населения Кировской области

Год	ОППЖ (лет)	Показатель смертности (на 1000 ч.)	Показатель рождаемости (на 1000 ч.)	Впервые выявленная заболеваемость (на 1000 ч.)	Первичная инвалидность взрослых
2007	67,02	17,2	10,8	776	131,9
2008	66,94	17,5	11,6	785	119,4
2009	67,92	17,1	11,7	823,6	121,2
2010	68,24	16,7	11,7	804,6	121,8
2011	69,32	15,8	11,9	788,5	112,4
2012	69,79	15,6	12,8	767,2	98,3
2013	70,26	15,4	13	788,6	86,3
2014	70,59	15,1	12,8	755	84,6
2015	71,11	15,2	12,7	754,8	71,1
2016	71,48	14,9	12,6	749,1	68,48

занными выше индикаторными показателями здоровья населения Кировской области. Во-вторых, факторы среды обитания подбирались таким образом, чтобы установленные связи не противоречили сформулированным гипотезам. Например, сокращение количества выбросов загрязняющих веществ от стационарных источников в атмосферу должно служить основанием для увеличения ОППЖ. В-третьих, принимались во внимание результаты современных исследований относительно влияния экологозависимых факторов на состояние здоровья населения [5, 8, 13, 14, 18, 23, 24].

В качестве индикаторов, характеризующих уровень экономического развития Кировской области, были отобраны следующие факторы (в скобках указаны их условные обозначения): валовый региональный продукт на душу населения, руб. (VRP); среднедушевой денежный доход населения, руб. (SDD); величина прожиточного минимума, руб. (PMin); доля населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума, % (Bedn). К числу социальных факторов отнесены такие показатели: уровень безработицы, % (Bezr); удельный вес городского населения в общей численности населения, % (Gor); отношение числа зарегистрированных браков к числу зарегистрированных разводов на 1000 чел. населения (BrRaz).

В связи с тем, что влияние окружающей среды на формирование болезней органов дыхания доказано многочисленными исследованиями, в частности [10, 13–15, 24–26], в состав медико-экологических факторов были включены следующие показатели: выбросы в атмосферу загрязняющих веществ, отходящих от стационарных источников, тыс. тонн (ZAV); острые инфекции верхних дыхательных путей на 100 тыс. чел. (OInf); впервые выявленная заболеваемость взрослого населения болезнями органов дыхания на 1000 населения, % (BOD).

Согласно данным государственного доклада [27] приоритетными заболеваниями населения Кировской области, обусловленными неблагоприятным воздействием факторов среды обитания, являются отравления спиртосодержащей продукцией, наркотиками и психоактивными веществами, впервые выявленная заболеваемость с установленным диагнозом злокачественного новообразования. Данные показатели также были включены в исследование (Alk, Nark и Onk соответственно).

Дополнительно в группу медицинских факторов были отнесены численность врачей на 10 тыс. чел. населения (Vrach), естественный прирост/убыль населения (EsPr); в группу экологических факторов – удельный вес проб воды, не отвечающей гигиеническим нормативам по санитарно-химическим показателям, поверхностных источников централизованного питьевого водоснабжения, % (UVV).

Таблица, характеризующая значения выделенных социально-экономических и эколого-медицинских показателей Кировской области за десятилетний период с 2007 по 2016 годы, не приводится в силу ее громоздкости.

На втором этапе моделирования был осуществлен анализ внутренних взаимосвязей между выбранными факторами среды обитания с целью отбора в модель только тех из них, которые слабо коррелированы друг с другом. В качестве исходных данных для выполнения процедуры классификации использовалась полная корреляционная матрица, найденная с помощью инструмента Корреляция надстройки Анализ данных программы MS Excel.

Необходимость в проведении подобной классификации объясняется следующими причинами. Во-первых, исследование модели, содержащей десять и более факторов (в серьезных экологических исследованиях их количество достигает сотен), вызывает определенные трудности; целесообразно снизить размерность множества факторов и оставить из них приоритетные группы. Во-вторых, одной из проблем, возникающих в процессе практического использования моделей множественной регрессии, является мультиколлинеарность данных [28, с. 99; 29 с. 108]. При построении регрессионной модели предполагается, что независимые

переменные воздействуют на зависимую переменную изолированно, т. е. влияние отдельной переменной на результативный признак не связано с влиянием других переменных. Под мультиколлинеарностью данных понимается высокая взаимная коррелированность объясняющих переменных [29, с. 108]. Модель, включающая мультиколлинеарные переменные, может привести к появлению некорректных результатов. В ряде исследований, в частности в [30, с 20], указывается на тот факт, что статистические показатели, характеризующие социально-экономические и медико-экологические параметры, созависимы. Следовательно, проблема устранения мультиколлинеарности факторов является актуальной при осуществлении исследований, в том числе экологических.

Одним из способов уменьшения размерности исходных данных и предотвращения их мультиколлинеарности является метод корреляционных плеяд П. В. Терентьева, который изначально использовался в работах по морфологии, систематике, экологии и географии растений и животных, в геоботанике, сравнительной флористике, селекции растений и при прогнозировании динамики численности популяций [31, с. 187]. Реализации данного метода для исследования зависимости заболеваемости населения с факторами окружающей среды посвящены, например, работы [22, 25, 26].

Отметим, что осуществление классификации признаков может быть обеспечено применением других методов, например, кластерного или факторного анализов, которые входят в пакеты современных прикладных программ (Statistica и др.). Однако, некоторые исследователи указывают на то, что «при высокой технологичности этих программ они не достаточно эффективны в анализе слабых связей», преобладающих во взаимоотношениях человека с окружающей природной средой [25, с. 39; 26 с. 107].

Эффективным средством анализа разных по силе зависимостей, в том числе слабых, является реализуемый в настоящей работе метод корреляционных плеяд. Другим преимуществом упоминаемого метода исследователи выделяют его наглядность, состоящую в возможности проанализировать структуру, направленность и силу зависимости между признаками на графике [25, с. 39].

Теоретические основы реализации метода корреляционных плеяд изложены в публикациях [31, 32]. Согласно указанным работам данный метод предназначен для нахождения таких групп признаков (плеяд), в которых корреляционная связь между параметрами одной группы (внутриплеядная связь) велика, а связь между параметрами из разных групп (межплеядная связь) мала [32, с. 415]. По определенному правилу по корреляционной матрице признаков строится математическая модель – неориентированный граф. Вершинами графа являются выбранные показатели, ребра соответствуют корреляционным связям между ними. Полученный граф с помощью различных приемов разбивают на подграфы, соответствующие элементы которых образуют плеяду.

Выполним разбиение выбранных шестнадцати показателей методом корреляционных плеяд на основании принципа максимального корреляционного пути, согласно которому все n выбранных признаков соединяются $(n-1)$ ребром так, чтобы сумма модулей коэффициентов корреляции была максимальной [32, с. 416]. В результате реализации описанной в цитируемом источнике процедуры получаем граф, содержащий 16 вершин и 15 ребер, представленный на рис. 1.

Зададим пороговое значение r. Согласно источнику [31, с. 181] наиболее интенсивное выделение плеяд происходит при $|r| \geq 0{,}6$. Положим $r = 0{,}7$, исходный граф распадается на пять подграфов (плеяд), изображенных на рис. 2.

Первая плеяда включает в себя социально-экономические показатели и приоритетные заболевания населения Кировской области, обусловленные неблагоприятным воздействием факторов среды обитания. Вторая плеяда объединяет показатели загрязнения атмосферы и болезни органов

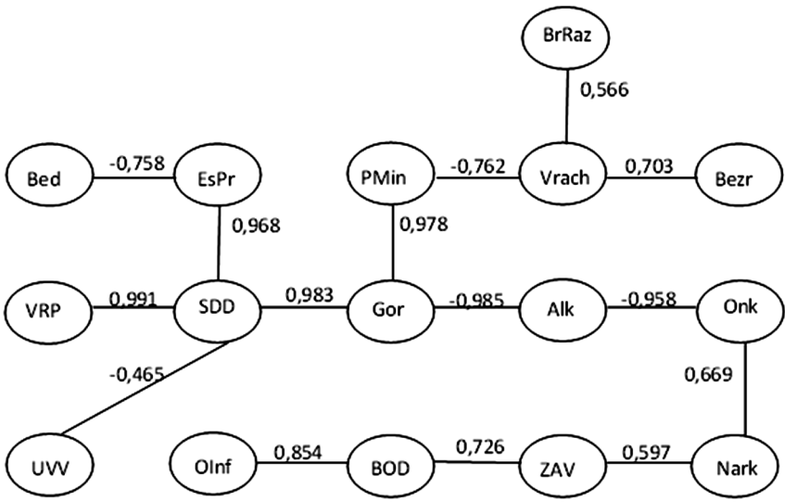

Рис. 1. Граф максимального корреляционного пути

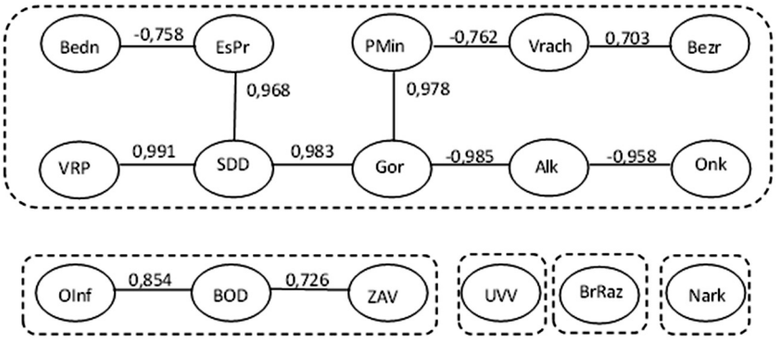

Рис. 2. Корреляционные плеяды

дыхания. Третья, четвертая и пятая плеяды одиночные. В соответствии с реализованным алгоритмом в выделенных плеядах обнаруживаются сильные внутриплеядные и слабые межплеядные связи. Следовательно, для составления регрессионной модели целесообразно включить по одному показателю из первых двух плеяд и одиночные признаки.

На третьем этапе моделирования строились линейные модели множественной регрессии с помощью инструмента Регрессия надстройки Анализ данных программы MS Excel.

В соответствии с приведенными статистическими данными Кировской области была построена линейная модель множественной регрессии $\hat{y} = 61{,}54 + 0{,}0008x_1 + 0{,}001x_2 + 0{,}05x_3 + 0{,}03x_4$, в которой функция y – ОППЖ (лет), независимые переменные: x_1 – прожиточный минимум (руб.), x_2 – число отравлений наркотиками (чел.), x_3 – впервые выявленная заболеваемость органов дыхания (%), x_4 – удельный вес проб воды, не отвечающей гигиеническим нормативам по санитарно-химическим показателям, поверхностных источников централизованного питьевого водоснабжения (%). Выбранные в качестве независимых переменных факторы обеспечили наиболее тесные связи с исследуемой функцией ОППЖ на основе абсолютной величины парных коэффициентов корреляции, равных $r_{yx1} = 0{,}96$, $r_{yx2} = 0{,}53$, $r_{yx3} = 0{,}43$, $r_{yx4} = -0{,}35$. По данной причине фактор, соответствующий отношению числа браков к числу разводов, был исключен из проектируемой модели как наименее слабо связанный с исследуемой функцией ($r = -0{,}31$). Данное обстоятельство не отрицает влияния указанного показателя; оно свидетельствует, что оказываемое влияние исключенного из модели фактора – косвенное.

С целью определения статистической значимости построенной модели в целом и ее параметров были вычислены коэффициенты корреляции $r = 0{,}98$ и детерминации $R^2 = 0{,}96$, фактические значения критериев Фишера $F = 31{,}36$ и Стьюдента $t_a = 46{,}05$, $t_{b_1} = 8{,}33$, $t_{b_2} = 0{,}6$, $t_{b_3} = 2{,}05$, $t_{b_4} = 1{,}59$. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ табличные значения указанных критериев равны соответственно $F_{кр.} = 5{,}19$ и $T_{кр.} = 2{,}31$. Согласно известному правилу [28, с. 65] признания модели и ее параметров статистически значимыми можно сделать вывод, что в построенной линейной множественной регрессии имеются незначимые параметры при независимых переменных x_2, x_3, x_4. Следовательно, отмеченные переменные целесообразно исключить из данной модели.

Уравнение регрессии, включающее только один значимый аргумент x_1, имеет вид $\hat{y} = 64{,}09 + 0{,}0008x_1$. Коэффициент регрессии $b = 0{,}0008$ может быть проинтерпретирован следующим образом: при увеличении величины прожиточного минимума на 1000 руб. ожидаемая продолжительность предстоящей жизни населения Кировской области возрастет в среднем на 9,5 месяцев.

Отметим, что результаты моделирования ОППЖ для других регионов России представлены, например, в работах [17, 20].

Аналогичные регрессионные модели, содержащие единственную значимую переменную из плеяды социально-экономических показателей и приоритетных заболеваний, обусловленных неблагоприятным воздействием факторов среды обитания, получались при выборе рождаемости, смертности и заболеваемости в качестве исследуемой функции.

В результате анализа линейных регрессионных моделей установлено, что выбранные на первом этапе показатели оказывают различное влияние на состояние здоровья населения Кировской области, которое в большей степени связано с социально-экономическими проблемами, с уровнем материального благосостояния населения. Выявлена слабая зависимость с естественной природной средой. Такие показатели, как удельный вес неочищенной воды, выбросы в атмосферу загрязняющих веществ и др., были исключены из регрессионных моделей вследствие статистической незначимости рассчитанных показателей. Однако, делать вывод об отсутствии подобного влияния неправомерно. Связи существуют, они косвенные и умеренные; влияние естественной среды слабее по сравнению с другими группами показателей.

Обратимся к построенной на втором этапе моделирования графической модели. Вы-

берем в качестве порогового значения коэффициента корреляции $r = 0{,}8$. Граф максимального корреляционного пути распадется на семь плеяд. С целью построения модели линейной множественной регрессии положим в качестве функции y – первичную инвалидность взрослых (лет), в качестве независимых переменных x_1 – показатель распространённости отравлений спиртосодержащей продукцией (на 100 тыс. чел.), x_2 – численность врачей (на 10 тыс. чел. населения), x_3 – впервые выявленную заболеваемость органов дыхания (%), x_4 – число отравлений наркотиками (чел.).

Проведенный аналогичным образом регрессионный анализ выявил две значимые переменные x_1 и x_2. Линейная модель множественной регрессии, содержащая две данные независимые переменные, имеет следующий вид: $\hat{y} = -187{,}42 + 0{,}984x_1 + 4{,}75x_2$. Статистически значимые характеристики данного уравнения таковы: $r = 0{,}986$, $R^2 = 0{,}97$, $F = 123{,}3$, $t_a = -3{,}09$, $t_{b_1} = 8{,}96$, $t_{b_2} = 3{,}38$.

На четвертом этапе моделирования с учетом того, что причинно-следственные связи окружающей среды и состояния здоровья населения в большинстве случаев носят нелинейный характер, для функции инвалидности были построены следующие нелинейные модели множественной регрессии: полиномиальная, полулогарифмическая, обратная, степенная и показательная. Результаты моделирования представлены в табл. 3.

Полиномиальная и полулогарифмическая модели, параметры которых оказались статистически незначимыми, были исключены из дальнейшего рассмотрения. Следовательно, процедура выбора наилучшей функции регрессии была реализована к линейной, обратной, степенной и показательной моделям.

Таблица 3

Оценка параметров нелинейных моделей множественной регрессии

Название и уравнение нелинейной регрессии, индекс детерминации R^2 и стандартная ошибка регрессии $\hat{\sigma}$	Расчетное значение критерия Фишера	Расчетное значение критерия Стьюдента	Средняя ошибка аппроксимации
Полиномиальная модель $\hat{y} = -218{,}59 - 0{,}28x_1 + 6{,}78x_2 + 0{,}009x_1^2 - 0{,}01x_2^2$, $R^2 = 0{,}982$, $\hat{\sigma} = 4{,}157$	$F = 66{,}83$	$t_{b_1} = -0{,}13$, $t_{b_2} = -0{,}35$, $t_a = -0{,}1$	$\bar{A} = 1{,}84$
Полулогарифмическая модель $\hat{y} = -959{,}82 + 61{,}91\ln x_1 + 208{,}72\ln x_2$, $R^2 = 0{,}946$, $\hat{\sigma} = 6{,}009$	$F = 61{,}65$	$t_{b_1} = 6{,}09$, $t_{b_2} = 2{,}19$, $t_a = -2{,}85$	$\bar{A} = 4{,}39$
Обратная модель $\hat{y} = \frac{1}{0{,}05 - 9{,}9 \cdot 10^{-5} x_1 - 0{,}0007x_2}$, $R^2 = 0{,}972$, $\hat{\sigma} = 0{,}0004$	$F = 212{,}71$	$t_{b_1} = -10{,}58$, $t_{b_2} = -5{,}81$, $t_a = 9{,}6$	$\bar{A} = 2{,}61\%$
Степенная модель $\hat{y} = 0{,}0005 \cdot x_1^{0{,}62} x_2^{-2{,}5}$, $R^2 = 0{,}965$, $\hat{\sigma} = 0{,}047$	$F = 112{,}09$	$t_{b_1} = 7{,}85$, $t_{b_2} = 3{,}38$, $t_a = -2{,}91$	$\bar{A} = 3{,}25\%$
Показательная модель $\hat{y} = 3{,}45 \cdot 1{,}0098^{x_1} \cdot 1{,}0594^{x_2}$, $R^2 = 0{,}978$, $\hat{\sigma} = 0{,}034$	$F = 216{,}67$	$t_{b_1} = 11{,}25$, $t_{b_2} = 5{,}22$, $t_a = 2{,}6$	$\bar{A} = 2{,}38\%$

На пятом этапе моделирования был осуществлен выбор наилучшей регрессионной модели из числа построенных линейной и нелинейных регрессий.

Одним из условий достоверной реализации множественного регрессионного анализа является соответствие полученных остатков нормальному закону распределения [28, с. 43]. В связи с тем, что корректное использование таких распространенных тестов, как, например, критерий Пирсона, возможно при достаточно большом объеме выборки, доказательство согласованности распределения случайных остатков нормальному закону основывалось на применении коэффициентов асимметрии и эксцесса [33, с. 64]. Результаты проверки перечисленных выше моделей на нормальность распределения остатков представлены в табл. 4.

Поскольку расчетные значения критерия Стьюдента всех исследуемых моделей меньше табличного значения данного критерия, равного $T = 2{,}31$ при $\alpha = 0{,}05$, был сделан вывод, что распределение случайных остатков в целом близко к нормальному. Данное обстоятельство позволяет считать указанные модели адекватными исследуемой зависимости.

К числу наиболее эффективных оценок достоверности регрессионной модели принадлежит коэффициент детерминации R^2 характеризующий долю вариации зависимой переменной за счет включенных в модель факторов [29, с. 103]. Как правило, для каждой регрессионной модели вычисляется данный показатель, и построенные модели ранжируются по его величине. Однако, обоснованное сопоставление

Таблица 4

Анализ случайных остатков

Вид модели	Коэффициенты асимметрии и эксцесса	Расчетное значение критерия Стьюдента
Линейная	$A = 0{,}711$, $E = -0{,}621$	$t_A = 0{,}919$, $t_E = 0{,}4$
Обратная	$A = -0{,}083$, $E = -0{,}935$	$t_A = 0{,}108$, $t_E = 0{,}604$
Степенная	$A = -0{,}859$, $E = -0{,}216$	$t_A = 1{,}109$, $t_E = 0{,}139$
Показательная	$A = 0{,}287$, $E = -0{,}319$	$t_A = 0{,}371$, $t_E = 0{,}206$

функций по коэффициентам детерминации возможно только в том случае, если зависимая переменная представлена в моделях в одной и той же форме [28, с. 79]. Согласно данному положению сравнение, например, линейной и степенной моделей не является корректным, поскольку линеаризация последней осуществляется логарифмированием зависимой переменной. Следовательно, выбор наилучшей регрессионной модели на основании коэффициента детерминации не возможен.

Сопоставление линейной и нелинейных моделей с помощью теста Зарембки [28, с. 88] также не привело к выводу о статистической значимости различий между сравниваемыми моделями, поскольку расчетное значение критерия $\chi^2 = 2{,}48$ оказалось меньше соответствующего табличного значения $\chi^2 = 3{,}84$ на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

Заметим, что практически всегда фактические значения результативного признака отличаются от теоретических, вычисленных по уравнению регрессии. Чем меньше данное отличие, тем ближе находятся теоретические значения к эмпирическим, следовательно, тем лучше подобрано уравнение регрессии [34, с. 47]. В связи с этим дальнейшая оценка качества регрессионных моделей осуществлялась с учетом стандартной ошибки регрессии и средней ошибки аппроксимации.

Известно, что с уменьшением значения стандартной ошибки регрессии качество построенной модели повышается [10, с. 130]. Анализ данного показателя $\hat{\sigma}$, представленного в первом столбце табл. 3, показал, что обратная, степенная и показательные модели могут быть использованы в качестве уравнения регрессии.

Другим критерием того, что регрессионная модель достоверна, является средняя ошибка аппроксимации [34, с. 46], не превышающая 8–10%. В соответствии с известной формулой, представленной в цитируемом источнике, была рассчитана средняя ошибка аппроксимации $\bar{A}$, представленная в последнем столбце табл. 3. Этот показатель для анализируемых регрессионных моделей не превышает максимально допустимых значений, следовательно, данные модели подобраны качественно. Поскольку средняя ошибка аппроксимации показательной модели является наименьшей, заключаем, что указанная модель лучше остальных описывает исходные данные.

Отметим, что параметры линейной, степенной и показательной моделей допускают содержательную интерпретацию полученных математических результатов [28, с. 47, 49, 78]. В частности, коэффициент регрессии $b_1 = 0{,}984$ линейной модели свидетельствует, что при увеличении показателя распространенности отравлений спиртосодержащей продукции на одну единицу показатель первичной инвалидности взрослого населения Кировской области в среднем увеличится на 0,984 при неизменной численности врачей. Коэффициент $b_1 = 0{,}622$ степенной модели характеризует следующий результат. С увеличением показателя отравлений спиртосодержащей продукцией на 1 % от его среднего уровня показатель первичной инвалидности в среднем увеличится на 0,622% своего среднего уровня при постоянном количестве врачей. На основании коэффициента $b_1 = 1{,}0098$ показательной модели считаем, что увеличение упоминаемого показателя отравлений на одну единицу приведет к росту показателя первичной инвалидности в 1,0098 раз при фиксированной численности врачей.

В заключение исследования из линейной и нелинейных моделей был сделан выбор в пользу показательной модели по следующим причинам. Данная модель статистически значима и имеет статистически значимые параметры, наименьшую ошибку аппроксимации, приемлемую величину стандартной ошибки регрессии, допускает интерпретацию параметров. Применение показательной модели согласуется с результатами других исследователей, также использовавших указанную модель для изучения социально-экономических и медико-экологических факторов среды обитания.

Подчеркнем, что другие рассмотренные модели (линейная, обратная, степенная) тоже адекватны анализируемым данным и могут быть использованы для решения задач исследования.

Выводы

Использование математического моделирования в качестве составляющей содержания математического образования будущих экологов способствует формированию научного мировоззрения, прикладной и профессиональной направленности обучения математике, усилению мотивации к изучению математических тем. Участие студентов в групповых исследовательских проектах, посвященных применению математического моделирования в будущей профессиональной деятельности, обеспечивает реализацию междисциплинарности обучения, освоение методов и логики научного исследования. Результаты математического моделирования могут быть использованы для разработки некоторых региональных программ, а также в процессе преподавания математики студентам экологических направлений подготовки.

Описанный многомерный анализ социально-экономических и медико-экологических показателей Кировской области на основе статистических

моделей отражает тенденции, характерные для всей страны [22, 26]. В частности, установлено, что на состояние здоровья населения Кировской области влияет комплекс разнообразных факторов окружающей среды, однако, существенное значение в данном влиянии принадлежит экономическим и социальным факторам.

В качестве важного дополнения отметим, что сходный результат для Кировской области был получен другими исследователями при осуществлении оценки риска здоровью населения различных регионов Российской Федерации. Например, в работе [30, с. 23–24] установлено наличие среднего риска в отношении стандартизированного показателя смертности населения Кировской области от болезней органов дыхания, связанного с воздействием социально-экономических факторов (риск R = 0,000119). Результаты анализа, выполненного коллективом авторов [35, с. 94], также согласуются с полученными в настоящем исследовании выводами. На основании данного источника следует, что для Кировской области и еще двадцати семи субъектов РФ приоритетными факторами формирования риска здоровью населения являются социально-экономические показатели.

Литература

1. Иванова Т.А., Перевощикова Е.Н., Кузнецова Л.И., Григорьева Т.П. Теория и технология обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов матема-тических специальностей педагогических вузов. Под ред. Т.А. Ивановой. 2-е изд. Н.Новгород: НГПУ, 2009. 355 с.

2. Торопова С.И. Методы математической статистики как средство формирования профессиональных компетенций студентов экологов // Образование и наука. 2018. № 20 (3). С. 53–82. DOI: http://dx.doi.org/10.17853/1994-5639-2018-3-53-82.

3. Торопова С.И. Организация исследовательской деятельности студентов-экологов на заключительном этапе работы с задачей // Математический вестник педву-зов и университетов Волго-Вятского региона. 2017. Вып. 19. С. 179–182.

4. Лебедева-Несевря Н.А., Цинкер М.Ю. Методические подходы и практика оценки риска, связанного с воздействием социально-экономических факторов на популяционное здоровье в регионах России // Анализ риска здоровью. 2015. № 3. С. 19–26. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskie-podhody-i-praktika-otsenki-riska-svyazannogo-s-vozdeystviem-sotsialno-ekonomicheskih-faktorov-na-populyatsionnoe.

5. Чесноков П.Е., Куралесина Е.Н. Влияние системы здравоохранения на смертность от злокачественных новообразований в Воронежской области // Проблемы социальной гигиены, здравоохранения и истории медицины. 2013. № 5. С. 19–22.

6. Пастухова Е.Я. Взаимосвязь здоровья населения и социально-экономических факторов (на примере Сибирских регионов) // Региональная экономика: теория и практика. 2016. № 10. С. 180–189. URL: http://www.fin-izdat.ru/journal/region/detail.php?ID=69794.

7. Бойцов С.А., Болотова Е.В., Самородская И.В., Иноземцев Е.С. Взаимос-

References

1. Ivanova T.A., Perevoshchikova Ye.N., Kuznetsova L.I., Grigor'yeva T.P. Teoriya i tekhnologiya obucheniya matematike v sredney shkole: Ucheb. posobiye dlya studentov ma-tema-tich-eskikh spetsial'nostey pedagogicheskikh vuzov. Ed. T.A. Ivanova. 2nd ed. N.Novgorod: NGPU, 2009. 355 p. (In Russ.)

2. Toropova S.I. Metody matematicheskoy statistiki kak sredstvo formirovaniya profes-sion-al'nykh kompetentsiy studentov-ekologov. Obrazovaniye i nauka. 2018. No 20 (3). P. 53–82. DOI: http://dx.doi.org/10.17853/1994-5639-2018-3-53-82. (In Russ.)

3. Toropova S.I. Organizatsiya issledovatel'skoy deyatel'nosti studentov-ekologov na zaklyuchitel'nom etape raboty s zadachey. Matematicheskiy vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vyatskogo regiona: periodicheskiy sbornik nauchno-metodologicheskikh rabot. 2017. Iss. 19. P. 179–182. (In Russ.)

4. Lebedeva-Nesevrya N.A., Tsinker M.YU. Metodicheskiye podkhody i praktika otsenki riska, svyazannogo s vozdeystviyem sotsial'no-ekonomicheskikh faktorov na pop-ulyatsionnoye zdorov'ye v regionakh Rossii. Analiz riska zdorov'yu. 2015. No. 3. P. 19–26. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskie-podhody-i-praktika-otsenki-riska-svya zannogo-s-vozdeystviem-sotsialno-ekonomicheskih-faktorov-na-populyatsionnoe. (In Russ.)

5. Chesnokov P.Ye., Kuralesina Ye.N. Vliyaniye sistemy zdravookhraneniya na smertnost' ot zlokachestvennykh novoobrazovaniy v Voronezhskoy oblasti. Problemy sotsi-al'noy gigiyeny, zdravookhraneniya i istorii meditsiny. 2013. No. 5. P. 19–22. (In Russ.)

6. Pastukhova Ye.YA. Vzaimosvyaz' zdorov'ya naseleniya i sotsial'no-ekonomicheskikh faktorov (na primere Sibirskikh regionov). Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika. 2016. No. 10. P. 180–189. URL: http://www.fin-izdat.ru /journal/region/detail.php?ID=69794. (In Russ.)

7. Boytsov S.A., Bolotova Ye.V., Samorodskaya I.V., Inozemtsev Ye.S. Vzaimosvyaz' re-

вязь региональных уровней смертности от ишемической болезни сердца с социально-экономическими факторами в Российской Федерации // Проблемы социальной гигиены, здравоохранения и истории медицины. 2016. № 24 (2). С. 68–73. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/vzaimosvyaz-regionalnyh-urovney-smertnosti-ot-ishemicheskoy-bolezni-serdtsa-s-sotsialno-ekonomicheskimi-faktorami-v-rossiyskoy.

8. Айдинов Г.Т., Марченко Б.И., Синельникова Ю.А. Применение комплексной оценки состояния здоровья населения в задачах совершенствования системы социально-гигиенического мониторинга // Гигиена и санитария. 2016. № 95 (10). С. 980–985. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-kompleksnoy-otsenki-sostoyaniya-zdorovya-naseleniya-v-zadachah-sovershenstvovaniya-sistemy-sotsialno-gigienicheskogo.

9. Зайцева Н.В., Шур П.З., Лебедева-Несевря Н.А., Кирьянов Д.А. Закономерно-сти влияния социально-экономических факторов риска на здоровье работников про-мышленных предприятий // Биомедицинский журнал Medline.ru. 2010. Т. 11. С. 538–547. URL: http://www.medline.ru/public/art/tom11/art45.html.

10. Постников В.П. Прогнозирование загрязнения атмосферного воздуха города Перми // Вестник ПНИПУ. Социально-экономические науки. 2014. № 1 (22). С. 125–132. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/prognozirovanie-zagryazneniya-atmosfernogo-vozduha-goroda-permi.

11. Молчанова Е.В. Оценка региональных медико-эколого-экономических процессов // Экономика Российских регионов. Петрозаводск, 2009. С. 123–130. URL: http://resources.krc.karelia.ru/krc/doc/publ2010/mef_2009_123-130.pdf.

12. Бакуменко Л.П., Коротков П.А. Статистический анализ влияния каче-ства питьевой воды на здоровье населения региона // Прикладная эконометрика. 2011. № 2. С. 32–47. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/statisticheskiy-analiz-vliyaniya-kachestva-pitievoy-vody-na-zdorovie-naseleniya-regiona.

13. Веремчук Л.В., Кику П.Ф., Жерновой М.В. Системное моделирование экологической зависимости распространения экологических заболеваний в Приморском крае // Бюллетень физиологии и патологии дыхания. 2011. Вып. 41. С. 48–53. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sistemnoe-modelirovanie-ekologicheskoy-zavisimosti-rasprostraneniya-onkologicheskih-zabolevaniy-v-primorskom-krae.

14. Ефимова Н.В. Медико-экологические проблемы: ретроспективный ана-лиз на примере Иркутской области // Бюллетень ВСНЦ СО РАМН. 2013. № 3 (9). Часть 1. С. 57–61. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/mediko-ekologicheskie-problemy-retrospektivnyy-analiz-na-primere-irkutskoy-oblasti.

gional'nykh urovney smertnosti ot ishemicheskoy bolezni serdtsa s sotsial'no-ekonomicheskimi faktorami v Rossiyskoy Federatsii. Problemy sotsial'noy gigiyeny, zdravookhraneniya i istorii meditsiny. 2016. No. 24 (2). P. 68–73. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/vzaimosvyaz-regionalnyh-urovney-smertnosti-ot-ishemiches koy-bolezni-serdtsa-s-sotsialno-ekonomicheskimi-faktorami-v-rossiyskoy. (In Russ.)

8. Aydinov G.T., Marchenko B.I., Sinel'nikova YU.A. Primeneniye kompleksnoy otsenki sostoyaniya zdorov'ya naseleniya v zadachakh sovershenstvovaniya sistemy sotsial'no-gigiyenicheskogo monitoringa. Gigiyena i sanitariya. 2016. No. 95 (10). P. 980–985. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-kompleksnoy-otsenki-sostoyaniya-zdorovya-naseleniya-v-zadachah-sovershenstvovaniya-sistemy-sotsialno-gigienicheskogo. (In Russ.)

9. Zaytseva N.V., Shur P.Z., Lebedeva-Nesevrya N.A., Kir'yanov D.A. Zakono-mernosti vliyaniya sotsial'no-ekonomicheskikh faktorov riska na zdorov'ye rabotnikov promyshlennykh predpriyatiy. Biomeditsinskiy zhurnal Medline.ru. 2010. Vol. 11. P. 538–547. URL: http://www.medline.ru/public/art/tom11/art45.html. (In Russ.)

10. Postnikov V.P. Prognozirovaniye zagryazneniya atmosfernogo vozdukha go-roda Permi. Vestnik PNIPU. Sotsial'no-ekonomicheskiye nauki. 2014. No. 1 (22). P. 125–132. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/prognozirovanie-zagryazneniya-atmosfernogo-vozduha-goroda-permi. (In Russ.)

11. Molchanova Ye.V. Otsenka regional'nykh mediko-ekologo-ekonomicheskikh protsessov. Ekonomika Rossiyskikh regionov. Petrozavodsk, 2009. P. 123–130. URL: http://resources.krc.karelia.ru/krc/doc/publ2010/mef_2009_123-130.pdf. (In Russ.)

12. Bakumenko L.P., Korotkov P.A. Statisticheskiy analiz vliyaniya kachestva pit'yevoy vody na zdorov'ye naseleniya regiona. Prikladnaya ekonometrika. 2011. No. 2. P. 32–47. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/statisticheskiy-analiz-vliyaniya-kachestva-pitievoy-vody-na-zdorovie-naseleniya-regiona. (In Russ.)

13. Veremchuk L.V., Kiku P.F., Zhernovoy M.V. Sistemnoye modelirovaniye ekologicheskoy zavisimosti rasprostraneniya ekologicheskikh zabolevaniy v Primorskom kraye. Byulleten' fiziologii i patologii dykhaniya. 2011. Iss. 41. P. 48–53. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sistemnoe-modelirovanie-ekologicheskoy-zavisimosti-rasprostraneniya-onkologicheskih-zabolevaniy-v-primorskom-krae. (In Russ.)

14. Yefimova N.V. Mediko-ekologicheskiye problemy: retrospektivnyy analiz na primere Irkutskoy oblasti. Byulleten' VSNTS SO RAMN. 2013. No. 3 (9). Pt. 1. P. 57–61. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/mediko-ekologicheskie-problemy-retrospektivnyy-analiz-na-primere-irkutskoy-oblasti. (In Russ.)

15. Семенова Н.П. Состояние атмосферного воздуха и заболеваемость насе-ления республики Саха (Якутия) // Экология человека. 2013. № 12. С. 14–19. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sostoyanie-atmosfernogo-vozduha-i-zabolevaemost-naseleniya-respubliki-saha-yakutiya.

16. Цинкер М.Ю., Кирьянов Д.А., Клейн С.В. Статистическое моделирова-ние для оценки влияния факторов среды обитания на индикаторные показатели здоровья населения Российской Федерации // Здоровье населения и среда обитания. 2013. № 11 (248). С. 10–13. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/statisticheskoe-modelirovanie-dlya-otsenki-vliyaniya-faktorov-sredy-obitaniya-na-indikatornye-pokazateli-zdorovya-naseleniya.

17. Лавриненко П.А., Рыбаков Д.А. Сравнительный анализ региональных различий в сферах здоровья населения, экологии и здравоохранения // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2015. № 5 (41). С. 198–210. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/sravnitelnyy-analiz-regionalnyh-razlichiy-v-sferah-zdorovya-naseleniya-ekologii-i-zdravoohraneniya.

18. Лазарева Н.В., Лифиренко Н.Г., Попченко В.И., Розенберг Г.С. О неко-торых проблемах медицинской экологии (с примерами по волжскому бассейну, Самар-ской области и городу Тольятти) // Известия Самарского научного центра Российской Академии наук. 2015. Т. 17. № 4. С. 55–66. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/o-nekotoryh-problemah-meditsinskoy-ekologii-s-primerami-po-volzhskomu-basseynu-samarskoy-oblasti-i-gorodu-tolyatti.

19. Медик В.А., Фишман Б.Б., Токмачев М.С. Руководство по статистике в медицине и биологии. В 2-х томах. Том 2. Прикладная статистика здоровья. М.: Меди-цина, 2001. 352 с.

20. Буркин М.М., Молчанова Е.В., Кручек М.М. Интегральная оценка соци-ально-экономических и экологических факторов на региональные демографические процессы // Экология человека. 2016. № 6. С. 39–46. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/integralnaya-otsenka-vliyaniya-sotsialno-ekonomicheskih-i-ekologicheskih-faktorov-na-regionalnye-demograficheskie-protsessy.

21. Кику П.Ф., Жигаев Д.С., Шитер Н.С., Сабирова К.М., Мезенцева М. А. Концепция факторов риска для здоровья населения // Бюллетень физиологии и патоло-гии дыхания. 2016. Вып. 62. С. 101–109. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/kontseptsiya-faktorov-riska-dlya-zdorovya-naseleniya.

22. Кручек М.М., Молчанова Е.В. Исследование медико-демографических процессов в регионах России методом регрессионного анализа по панельным данным // Региональная экономика: теория и практика. 2013. № 18 (297). С. 41–50.

23. Розенберг Г.С., Лифиренко Н.Г., Костина Н.В., Лифиренко Д.В. Определение влияния

15. Semenova N.P. Sostoyaniye atmosfernogo vozdukha i zabolevayemost' nase-leniya respubliki Sakha (Yakutiya). Ekologiya cheloveka. 2013. No. 12. P. 14–19. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sostoyanie-atmosfernogo-vozduha-i-zabolevaemost-naseleniya-respubliki-saha-yakutiya. (In Russ.)

16. Tsinker M.YU., Kir'yanov D.A., Kleyn S.V. Statisticheskoye modelirova-niye dlya otsenki vliyaniya faktorov sredy obitaniya na indikatornyye pokazateli zdorov'ya na-seleniya Rossiyskoy Federatsii. Zdorov'ye naseleniya i sreda obitaniya. 2013. No. 11 (248). P. 10–13. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/statisticheskoe-modelirovanie-dlya-otsenki-vliyaniya-faktorov-sredy-obitaniya-na-indikatornye-pokazateli-zdorovya-naseleniya. (In Russ.)

17. Lavrinenko P.A., Rybakov D.A. Sravnitel'nyy analiz regional'nykh razlichiy v sferakh zdorov'ya naseleniya, ekologii i zdravookhraneniya. Ekonomicheskiye i sotsial'nyye peremeny: fakty, tendentsii, prognoz. 2015. No. 5 (41). P. 198–210. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/sravnitelnyy-analiz-regionalnyh-razlichiy-v-sferah-zdorovya-naseleniya-ekologii-i-zdravoohraneniya. (In Russ.)

18. Lazareva N.V., Lifirenko N.G., Popchenko V.I., Rozenberg G.S. O neko-torykh problemakh meditsinskoy ekologii (s primerami po volzhskomu basseynu, Samarskoy oblasti i gorodu Tol'yatti). Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy Akademii nauk. 2015. Vol. 17. No. 4. P. 55–66. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/o-nekotoryh-problemah-meditsinskoy-ekologii-s-primerami-po-volzhskomu-basseynu-samarskoy-oblasti-i-gorodu-tolyatti. (In Russ.)

19. Medik V.A., Fishman B.B., Tokmachev M.S. Rukovodstvo po statistike v meditsine i biologii. Vol. 2. Prikladnaya statistika zdorov'ya. Moscow: Meditsina, 2001. 352 p. (In Russ.)

20. Burkin M.M., Molchanova Ye.V., Kruchek M.M. Integral'naya otsenka sotsi-al'no-ekonomicheskikh i ekologicheskikh faktorov na regional'nyye demograficheskiye protsessy. Ekologiya cheloveka. 2016. No. 6. P. 39–46. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/integralnaya-otsenka-vliyaniya-sotsialno-ekonomicheskih-i-ekologicheskih-faktorov-na-regionalnye-demograficheskie-protsessy. (In Russ.)

21. Kiku P.F., Zhigayev D.S., Shiter N.S., Sabirova K.M., Mezentseva M. A. Kontseptsiya faktorov riska dlya zdorov'ya naseleniya. Byulleten' fiziologii i patologii dykhaniya. 2016. Iss. 62. P. 101–109. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/kontseptsiya-faktorov-riska-dlya-zdorovya-naseleniya. (In Russ.)

22. Kruchek M.M., Molchanova Ye.V. Issledovaniye mediko-demograficheskikh protsessov v regionakh Rossii metodom regressionnogo analiza po panel'nym dannym. Region-al'naya ekonomika: teoriya i praktika. 2013. No 18 (297). P. 41–50. (In Russ.)

23. Rozenberg G.S., Lifirenko N.G., Kostina N.V., Lifirenko D.V. Opredeleniye vliyaniya

социо-эколого-экономических факторов на смертность от новообразований // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2009. № 1 (6). Т. 11. С. 1182–1185. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/opredelenie-vliyaniya-sotsio-ekologo-ekonomicheskih-faktorov-na-smertnost-ot-novoobrazovaniy.

24. Ярыгина М.В., Кику П.Ф., Гамова С.В., Шитер Н.С., Богданова В.Д., Завьялова Я.С. Популяционная экологозависимая заболеваемость населения Приморского края в современных социально-экономических условиях // Тихоокеанский медицинский журнал. 2015. № 3. С. 32–34. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/populyatsionnaya-ekologozavisimaya-zabolevaemost-naseleniya-primorskogo-kraya-v-sovremennyh-sotsialno-ekonomicheskih-usloviyah.

25. Веремчук Л.В., Вязова А.В. Метод корреляционных плеяд в определе-нии структуры зависимости заболеваемости выделительной системы с факторами окру-жающей среды // Вестник новых медицинских технологий. 2005. Т. 12. № 3 – 4. С. 39–41. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metod-korrelyatsionnyh-pleyad-v-opredelenii-struktury-zavisimosti-zabolevaemosti-vydelitelnoy-sistemy-s-faktorami-okruzhayuschey.

26. Кику П.Ф., Веремчук Л.В., Татаркина Н.Д. Структурная модель влияния факторов среды обитания на распространение болезней органов дыхания в Приморском крае // Бюллетень физиологии и патологии дыхания. Вып. 43, 2012. С. 107 – 111. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/strukturnaya-model-vliyaniya-faktorov-sredy-obitaniya-na-rasprostranenie-bolezney-organov-dyhaniya-v-primorskom-krae.

27. О состоянии санитарно-эпидемиологического благополучия населения в Кировской области в 2016 году: Государственный доклад. 2017. 198 с.

28. Эконометрика: учебник для бакалавриата и магистратуры. Под ред. И. И. Елисеевой. М.: Издательство Юрайт, 2015. 449 с.

29. Кремер Н.Ш., Путко А.Б. Эконометрика: учебник для студентов вузов. Под ред. Н. Ш. Кремера. 3-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. 328 с.

30. Лебедева-Несевря Н.А., Цинкер М.Ю. Методические подходы и практика оценки риска, связанного с воздействием социально-экономических факторов на популяционное здоровье в регионах России // Анализ риска здоровью. 2015. № 3. С. 19–26. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/metodicheskie-podhody-i-praktika-otsenki-riska-svyazannogo-s-vozdeystviem-sotsialno-ekonomicheskih-faktorov-na-populyatsionnoe.

31. Шмидт В. М. Математические методы в ботанике: Учеб. пособие. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1984. 288 с.

32. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности: Справ. изд. Под ред.

sotsio-ekologo-ekonomicheskikh faktorov na smertnost' ot novoobrazovaniy. Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk. 2009. № 1 (6). Vol. 11. P. 1182–1185. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/opredelenie-vliyaniya-sotsio-ekologo-ekonomicheskih-faktorov-na-smertnost-ot-novoobrazovaniy. (In Russ.)

24. Yarygina M.V., Kiku P.F., Gamova S.V., Shiter N.S., Bogdanova V.D., Zav'yalova YA.S. Populyatsionnaya ekologozavisimaya zabolevayemost' naseleniya Primorskogo kraya v sovremennykh sotsial'no-ekonomicheskikh usloviyakh. Tikhookeanskiy meditsinskiy zhurnal. 2015. No. 3. P. 32–34. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/populyatsionnaya-ekologozavisimaya-zabolevaemost-naseleniya-primorskogo-kraya-v-sovremennyh-sotsialno-ekonomicheskih-usloviyah. (In Russ.)

25. Veremchuk L.V., Vyazova A.V. Metod korrelyatsionnykh pleyad v opredele-nii struktury zavisimosti zabolevayemosti vydelitel'noy sistemy s faktorami okru-zhayushchey sredy. Vestnik novykh meditsinskikh tekhnologiy. 2005. Vol. 12. No. 3–4. P. 39–41. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metod-korrelyatsionnyh-pleyad-v-opredelenii-struktury-zavisimosti-zabolevaemosti-vydelitelnoy-sistemy-s-faktorami-okruzhayuschey. (In Russ.)

26. Kiku P.F., Veremchuk L.V., Tatarkina N.D. Strukturnaya model' vliyaniya faktorov sredy obitaniya na rasprostraneniye bolezney organov dykhaniya v Primorskom kraye. Byulleten' fiziologii i patologii dykhaniya. Iss. 43. 2012. P. 107–111. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/strukturnaya-model-vliyaniya-faktorov-sredy-obitaniya-na-rasprostranenie-bolezney-organov-dyhaniya-v-primorskom-krae. (In Russ.)

27. O sostoyanii sanitarno-epidemiologicheskogo blagopoluchiya naseleniya v Kirovskoy oblasti v 2016 godu: Gosudarstvennyy doklad. 2017. 198 p. (In Russ.)

28. Ekonometrika: uchebnik dlya bakalavriata i magistratury. Ed. I. I. Yeliseyeva. Moscow: Izdatel'stvo Yurayt, 2015. 449 p. (In Russ.)

29. Kremer N.SH., Putko A.B. Ekonometrika: uchebnik dlya studentov vuzov. Ed. N. SH. Kremer. 3rd ed. Moscow: YUNITI-DANA, 2010. 328 p. (In Russ.)

30. Lebedeva-Nesevrya N.A., Tsinker M.YU. Metodicheskiye podkhody i praktika otsenki riska, svyazannogo s vozdeystviyem sotsial'no-ekonomicheskikh faktorov na populyatsionnoye zdorov'ye v regionakh Rossii. Analiz riska zdorov'yu. 2015. No. 3. P. 19–26. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/metodicheskie-podhody-i-praktika-otsenki-riska-svyazannogo-s-vozdeystviem-sotsialno-ekonomicheskih-faktorov-na-populyatsionnoe. (In Russ.)

31. Shmidt V.M. Matematicheskiye metody v botanike: Ucheb. posobiye. Lenin-grad: Izd-vo Leningr. un-ta, 1984. 288 p. (In Russ.)

32. Prikladnaya statistika: Klassifikatsiya i snizheniye razmernosti: Sprav. izd. Ed. S.A. Ayva-

С.А. Айвазяна. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с.

33. Ивантер Э.В., Коросов А.В. Введение в количественную биологию: учеб. пособие. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2011. 302 с.

34. Варюхин А.М., Панкина О.Ю., Яковлева А.В. Эконометрика: Пособие для сдачи экзамена. М.: Юрайт-Издат, 2005. 191 с.

35. Зайцева Н.В., Попова А.Ю., Май И.В., Шур П.З. Методы и технологии анализа риска здоровью в системе государственного управления при обеспечении сани-тарно-эпидемиологического благополучия населения // Гигиена и санитария. 2015. № 94 (2). С. 93–98. URL: https://www.medlit.ru/journal/1263.

zyan. Moscow: Finansy i statistika, 1989. 607 p. (In Russ.)

33. Ivanter E.V., Korosov A.V. Vvedeniye v kolichestvennuyu biologiyu: ucheb. posobiye. Petrozavodsk: Izd-vo PetrGU, 2011. 302 p. (In Russ.)

34. Varyukhin A.M., Pankina O.YU., Yakovleva A.V. Ekonometrika: Posobiye dlya sdachi ekzamena. Moscow: Yurayt-Izdat, 2005. 191 p. (In Russ.)

35. Zaytseva N.V., Popova A.YU., May I.V., Shur P.Z. Metody i tekhnologii analiza riska zdorov'yu v sisteme gosudarstvennogo upravleniya pri obespechenii sanitarno-epidemiologicheskogo blagopoluchiya naseleniya. Gigiyena i sanitariya. 2015. No. 94 (2). P. 93–98. URL: https://www.medlit.ru/journal/1263. (In Russ.)

Сведения об авторе

Светлана Ивановна Торопова
ВятГУ, Киров, Россия
Эл. почта: svetori82@mail.ru
Тел.: 8-953-680-97-61

Information about the author

Svetlana I. Toropova
VyatSU, Kirov, Russia
E-mail: svetori82@mail.ru
Tel.: 8-953-680-97-61