УДК 519.816
DOI:

Б.Н. Чугаев, М.А. Шапошникова

Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет), Москва, Россия

Модели для построения функции ценности на этапе эскизного проектирования микропроцессорных систем

Целью исследования является формализация выбора оптимальных технических решений на ранних этапах проектирования микропроцессорных систем, что позволяет разработчикам проанализировать рекомендуемые решения и имеет, по сравнению с традиционным «интуитивным» подходом, по крайней мере, два несомненных достоинства.

Во-первых, принимаемые допущения и ограничения формируются явно.

Во-вторых, точно определяется, в каком смысле принятое решение является оптимальным.

При проектировании микропроцессорных систем (далее систем) приходится учитывать одновременно несколько характеристик. В общем случае, когда для каждой из сравниваемых систем учитываются n свойств, то решение задачи выбора «лучшей» системы зависит от выбора некоторой функции-критерия. Такая функция в работе названа функцией ценности.

В качестве функции ценности предлагается использовать простую квадратичную функцию, которая может интерпретироваться как расстояние в евклидовом пространстве технических характеристик систем. Лучшей считается система, которой соответствует точка, ближайшая к точке, характеризующей эталонную систему с «предельными» характеристиками. Эта функция значительно лучше аппроксимирует систему предпочтения разработчика, чем «классическая» линейная функция ценности.

В заключении отметим, что разработанные рекомендации позволяют разработчику сложных технических систем на ранних этапах проектирования проанализировать предлагаемые решения и, в случае несогласия с ними, указать причины, по которым он считает их неудовлетворительными.

Разработанный аппарат оптимизации технических решений в сочетании с традиционными инженерными подходами должен позволить более обоснованно выбирать структуры систем на этапе эскизного проектирования систем.

Ключевые слова: *функция ценности, характеристики, компоненты, эталонная система, параметры, расстояние, мера качества.*

Boris N. Chugaev, Maria A. Shaposhnikova

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

A technique of building a value function at the stage of conceptual design of microprocessor systems

The aim of this study is to formalize the selection of optimal technical solutions early in the design of microprocessor-based systems, which allows developers to analyze the recommended solutions, and has, in comparison with the traditional «intuitive» approach, at least two undeniable merits.

First, the accepted assumptions and limitations are clearly formed.

Secondly, it is defined precisely, in what sense the decision is optimal.

When designing microprocessor systems (systems hereafter), several characteristics have to be taken into account at the same time. In general, when n properties are taken into account for each of the compared systems, then the solution of the task of choosing "the best" system depends on choosing a function-criterion. Such function is called a value function in the article.

A simple quadratic function is suggested as the value function, it can be interpreted as the distance in Euclidean space of systems technical data. The system, which corresponds to the point nearest to the point characterizing the master system with "limiting" characteristics, is considered the best one. This function approximates the designer's system of preferences significantly better than a "classical" linear value function.

In conclusion, note that the developed recommendations allow the designer of complex technical systems to analyze the proposed solutions in the early stages of design and, in case of disagreement with them, to indicate the reasons why he considers them inadequate.

The designed machine optimization of technical solutions in conjunction with the traditional engineering approach should allow more reasonable choosing the structure of systems at the stage of systems conceptual design.

Keywords: *value function, characteristics, components, master system, parameters, distance, measure of quality.*

Введение

При разработке микропроцессорных систем (МПС), предназначенных для работы в составе сложных технологических, роботехнических, управляющих системах ставится задача обеспечения заданной производительности, точности и надежности, с учетом ряда ограничений, касающейся потребляемой мощности, габаритов, веса, диапазона рабочих температур, устойчивости к различным внешним факторам. Поэтому в процессе проектирования МПС разработчикам приходится сталкиваться с вопросами выбора ее архитектуры, алгоритмов работы, а также, может быть, выбора конкретных микропроцессоров и микросхем из целого ряда типов, выпускаемых промышленностью. Все эти вопросы в той или иной мере сводятся к решению задачи сравнения возможных вариантов и выбора наиболее подходящего в соответствии с поставленными условиями.

При формализации выбора оптимальных технических решений необходимо разработать (сконструировать) методику для формирования функции ценности. Такое формирование проводится на основе решения задач шкалирования характеристик качества структур и алгоритмов, адекватности полученных числовых характеристик, метризации пространства количественных характеристик, выбора и обоснования выбора методов оптимизации структур и алгоритмов.

Как правило, при построении функции ценности считается, что она представляет собой линейную функцию [1,2]. В работе рассматривается возможность формирования квадратичной функции ценности.

Рассмотрим возможность конструирования функции ценности на основе топологического понятия расстояния в пространстве характеристик технических объектов.

1. Построение функции ценности

При построении функции ценности будем считать, что проблемы шкалирования качества характеристик систем, адекватности полученных числовых характеристик и метризации пространства этих х характеристик решены [1,2,5].

Пусть система i полностью характеризуется вектором $X^{(i)} = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$ своих параметров.

Введем функцию $U(x) = U(x_1, x_2, \dots, x_n)$ такую, что для любых двух систем i и j

$i \geq j \Leftrightarrow U(X^{(i)}) \geq U(X^{(j)})$,

причем

$i > j \Leftrightarrow U(X^{(i)}) > U(X^{(j)})$.

Определенная таким образом функция $U(X)$ называется функцией ценности (предпочтения). Можно сказать, что функция $U(X)$ определяет «качество» системы, измеренного по шкале порядка. Свойства функции ценности приведены в [[1,2,7,10].

Пусть $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ – эталонная («идеальная») система, если в пространстве характеристик $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, подлежащих сравнению систем, тем или иным способом. Введено понятие расстояния между системами (представляющими собой точки n-мерного пространства), то «качество» системы можно связать со степенью близости ее к некоторой существующей или гипотетической «идеальной» системе-эталону.

При сравнении некоторой системы, заданной как $X^{(i)}$, с эталонной системой, мера качества измеряется расстоянием $d(X^{(i)}, X^{(d)})$, при этом, естественно, считается, что система тем лучше, чем она ближе к $X^{(0)}$.

Очевидно, что $-d(X^{(i)}, X^{(d)}) = U(X^{(i)})$ может рассматриваться как функция ценности, определенная на множестве всех характеристик системы. Поскольку считается, что качество системы растет вместе с $U(X^{(0)})$, то расстояние от $X^{(i)}$ до $X^{(0)}$ берется со знаком минус. Понятно, что поверхности равных расстояний от $X^{(0)}$ есть не что иное, как поверхности безразличия (по предпочтению) функции $U(X^{(i)})$.

Для линейного, плоскостного и трехмерного пространства характеристик систем в случае обычного геометрического расстояния это понятие совпадает с геометрическим отрезком, соединяющим точки $X^{(i)}$ и $X^{(0)}$.

Если координаты $x_j^{(0)}$ и $x_j^{(i)}$ $(j = \overline{1,n})$ – суть координаты точек $X^{(0)}$ и $X^{(i)}$, то подобное метрическое пространство относиться к классу пространств Минковского.

В случае, когда $n = 1$, мы получаем так называемое манхеттенское пространство.

В дальнейшем будем прибегать к наглядной иллюстрации наших рассуждений на примере двумерного пространства характеристик систем ($n = 2$).

Обсудим сначала вопрос о выборе точки $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$. Так как расстояние $d(X^{(i)}, X^{(0)})$ есть величина существенно положительная, то разумно считать, что $X_k^{(i)} < X_k^{(0)}$ для всех $k(k = (\overline{1,n}))$. Иногда точка $X^{(0)}$ выбирается из условия $X_k^{(0)} = \max(X_k^{(i)})$, $k = (\overline{1,n})$, где $\max(X_k^{(i)})$ представляет собой наибольшие «возможные» или «достижимые» значения соответствующих характеристик систем. Если интерпретировать $X_k^{(0)}$ как наиболее «желательные» значения характеристик системы – по крайней мере, для отдельных k, то нам представляется более логичным выбрать точку $X_k^{(0)}$ из условия

$$\frac{dU\left(X_k^{(0)}\right)}{dX_k} = 0; k = \left(\overline{1,n}\right)$$

если такая точка существует. «Физическая» интерпретация этого условия заключается в том, что $X_k^{(0)}$, $k = (\overline{1,n})$ представляют такие значения характеристик системы, дальнейшее увеличение которых уже не имеет смысла (прироста функции ценности не происходит). Представляется, что в рамках каждой конкретной задачи такие значения характеристик системы $X_k^{(i)}$ должны существовать; мы предположим, кроме того, что эти значения могут выбираться независимо друг от друга. Это – довольно сильное предположение, но, похоже, что в большинстве ситуаций, представляющих для нас интерес, оно выполняется хотя бы приближенно [5,8,10].

2. Выбор метрики в пространстве характеристик

Рассмотрим теперь выбор наиболее подходящей метрики в пространстве характеристик качества.

Так как по предположению $X_k^{(i)} < X_k^{(0)}$, $(k = \overline{1,n})$, то расстояние между точками $X^{(i)}$ и $X^{(0)}$ в общем случае запишется

$$d(X^{(i)}, X^{(0)}) =$$
$$= \sqrt{(x_1^0 - x_1)^P + (x_2^0 - x_2)^P + \ldots + (x_n^0 - x_n)^P}$$

Наиболее употребительными являются метрики для $p = 1$, 2 и ∞.

Определение расстояния в последнем случае вряд ли сможет удовлетворительным образом описывать систему предпочтений разработчика.

Случай $p = 1$ оставим в стороне, поскольку в этом случае производные

$$\frac{dU}{dX_k} = 1, \left(k = \left(\overline{1,n}\right)\right)$$

во всем диапазоне изменения характеристик качества систем.

Рассмотрим подробнее случай $p = 2$ (евклидово расстояние).

Для простоты ограничимся $n = 2$. Тогда

$$d(X^{(i)}, X^{(0)}) =$$
$$= \sqrt{(x_1^0 - x_1)^2 + (x_2^0 - x_2)^2}$$

Поскольку функция ценности определена лишь с точностью до произвольной монотонно возрастающей функции [1], то полагают

$$-U(X) = (x_1^0 - x_1)^2 + (x_2^0 - x_2)^2 \qquad (1)$$

Таким образом

$$\frac{dU(X)}{dX_k} = 2\left(x_k^{(0)} - x_k\right), k = 1, 2$$

Отсюда следует, что «весомость» характеристик x_k убывает линейно, обращаясь в ноль при $x_k = x_k^0$ (напомним, что x_k^0 недостижимы).

Кривые безразличия по предпочтительности (т.е. кривые равных значений функции ценности) в данном случае имеют вид дуг окружностей с центром в точке $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)})$, как показано на рис. 1, что соответствует тому, что нужно ожидать.

Однако симметричность функции (1) относительно аргументов x_1, x_2 очевидным образом противоречит предположению о «неравноценности» характеристик сравниваемых систем в общем случае. Тогда функцию ценности можно определить выражением

$$-U(X) = a_1(x_1^{(0)} - x_1)^2 + a_2(x_2^{(0)} - x_2)^2 \qquad (2)$$

где может быть $a_1 \neq a_2$.

Считая теперь, что лучшей системой соответствует меньшее значение функции U(x), положим, что

$$U(X) = a_1(x_1^{(0)} - x_1)^2 + a_2(x_2^{(0)} - x_2)^2 + \ldots + a_n(x_n^{(0)} - x_n)^2 \qquad (3)$$

Последнее выражение можно представить в следующем виде

$$\frac{U(x)}{a_1} = \left(x_1^{(0)} - x_1\right)^2 + \frac{a_2}{a_1}\left(x_2^{(0)} - x_2\right)^2 + \ldots + \frac{a_n}{a_1}\left(x_n^{(0)} - x_n\right)^2.$$

Поскольку $\frac{U(x)}{a_1}$ так же пригодно для описания данной системы предпочтений, как и $U(x)$, то выражение для функции ценности можно представить по форме

$$U(X) = (x_1^{(0)} - x_1)^2 + b_2(x_2^{(0)} - x_2)^2 + \ldots + b_n(x_n^{(0)} - x_n)^2$$

Такое представление функции ценности имеет то преимущество, что коэффициенты $b_k(k = \overline{1,n})$ определяются однозначно, а не с точностью до постоянного множителя, как коэффициенты a_k.

Рассмотрим теперь важный вопрос о выборе коэффициентов $b_j(j = \overline{2,n})$. Наиболее простой и, вместе с тем, надежный способ решения этой задачи состоит в следующем. Пусть $\tilde{x}_k = (\tilde{x}_1, x_2, \ldots, x_{k-1}, \tilde{x}_k, x_{k+1}, \ldots, x_n)$ и $\ddot{x}_k = (\ddot{x}_1, \ddot{x}_2, \ldots, x_{k-1}, \ddot{x}_k, x_{k+1}, \ldots, x_n)$ – два вектора, отличающиеся только первой и k-ой компонентами и такие, что

$$U\left(\tilde{X}_k\right) = U\left(\ddot{X}_k\right).$$

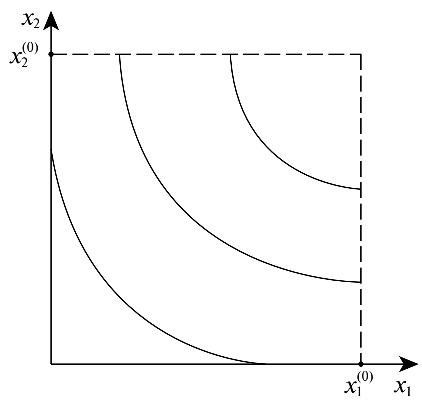

Рис. 1. Кривые равных значений функции ценности

Таким образом, векторы $\tilde{x}_k$ и $\ddot{x}_k$ характеризуют равноценные, но не идентичные системы. Из этого равенства следует

$$(x_1^{(0)} - \tilde{x}_1)^2 + b_k(x_k^{(0)} - \tilde{x}_k)^2 =$$
$$= (x_1^{(0)} - \ddot{x}_1)^2 + b_k(x_k^{(0)} - \ddot{x}_k)^2,$$

Так как в скобках стоят известные величины, то решая это линейное уравнение относительно b_k, получим

$$b_k = \frac{-(x_1^{(0)} - \ddot{x}_1)^2 + (x_1^{(0)} - \tilde{x}_1)^2}{(x_k^{(0)} - \ddot{x}_k)^2 + (x_k^{(0)} - \tilde{x}_k)^2}.$$

Векторы $\tilde{x}_k$ и $\ddot{x}_k$ не должны быть очень «близки» один к другому, однако они должны находиться в области «реальных» значений характеристик систем x_1, x_2, ..., x_n.

Ввиду того, что указанные экспертом (или группой экспертов) пары характеристик систем $\tilde{x}_k$ и $\ddot{x}_k$ равноценны лишь приблизительно, целесообразно процедуру определения b_k повторить несколько раз для разных пар равноценных систем и взять среднее (или медиану) полученных оценок b_k. Величина среднего квадратичного отклонения или их размах могут характеризовать «качество» аппроксимации функции ценности эксперта (по характеристике x_k).

Теперь несколько слов о выборе «базовой» характеристики, для которой $b = 1$. Разумно в качестве базовой принять самую «важную» среди характеристик (конечно, нумерация характеристик совершенно произвольна), так как именно

Таблица 1

Характеристики систем

№ системы	Время реакции (сек)	Надежность	Стоимость (тыс. рублей)
1	5	0.98	6.3
2	0.8	0.96	8.2
3	1	0.98	7.8
4	3	0.99	6.9

по отношению к ней оценивается «важность» остальных характеристик.

Если разброс полученных оценок коэффициентов $b_k (k = \overline{1,n})$ слишком велик, то это может означать недостаточную компетентность эксперта (в силу чего его оценки носят, в сущности, случайный характер) или принципиальную невозможность аппроксимировать его систему предпочтений функцией ценности (4). Заметим, что последняя ситуация может иметь место только в случае, когда в множестве подлежащих сравнению систем, некоторые (или даже все) характеристики x_k изменяются в очень широких пределах.

Есть все основания ожидать, что функция (4) достаточно «универсальна» для того, чтобы вероятность подобной ситуация была весьма мала.

Рассмотрим в качестве примера использования функции ценности следующую простую задачу. Имеется четыре системы, обладающие характеристиками, приведенными в табл. 1.

Сравним качество этих систем. Так как по надежности они различаются несущественно, примем, что функция ценности зависит только от времени реакции и стоимости. В данном случае качество системы повышается при уменьшении этих показателей, поэтому функцию ценности запишем в виде

$$U(x) = (x_1 - x_1^{(0)})^2 + b(x_2 - x_2^{(0)})^2$$

(напомним, что лучшим системам соответствуют меньшие значения функции ценности).

Пусть x_1 — время реакции системы, x_2 — ее стоимость.

Положим $x_1^{(0)} = 0{,}5$, $x_2^{(0)} = 0$ (добиваться времени реакции меньше, чем 0,5 с не имеет смысла, а стоимость не может быть отрицательной, причем очевидно, что в окрестностях нулевых значений x_2 функция ценности зависит только от x_1).

Для определения коэффициента рассмотрим точку $\widetilde{x}_1 = (5; 6)$ и определим, при каком $\ddot{x}_k$ она будет более ценной точки $\ddot{x} = (1, \ddot{x}_2)$.

Допустим, что получим ответ $\ddot{x}_2 = 9$.

Тогда

$$b = \frac{(\widetilde{x}_1 - x_1^{(0)})^2 - (\ddot{x}_2 - x_2^{(0)})^2}{(\ddot{x}_2 - x_2^{(0)})^2 - (\widetilde{x}_2 - x_2^{(0)})^2} = \frac{4{,}5^2 - 0{,}5^2}{9^2 - 6^2} \approx 0{,}44.$$

Итак, функция ценности имеет вид

$$U(x) = (x_1 - 0{,}5)^2 + 0{,}44 \cdot x_2^2.$$

Результаты расчета для четырех рассматриваемых систем сведены в таблицу 2.

Таблица 2

Результаты расчета для четырех рассматриваемых систем

№ системы	Функция ценности
1	37,71
2	29,9
3	27,3
4	27,4

Согласно этой таблице лучшей является система 3, а следующие за ней по качеству располагаются в порядке 4, 2, 1.

Отметим, что разница в значениях функции ценности не определяет «на сколько» одна система лучше или хуже другой.

Подобный вопрос в данном случае вообще не имеет смысла.

3. Заключение

На ранних этапах проектирования микропроцессорных систем (МПС) при наличии большего или меньшего числа «конкурирующих» вариантов структур формализованные методы выбора оптимальных технических решений являются не только полезными, но и необходимыми, позволяя:

— уточнить и сформировать в точных терминах систему предпочтений разработчика;

— построить адекватный выявленной системе предпочтений критерий оптимальности;

— найти лучшее, по принятому критерию, техническое решение или даже упорядочить все допустимые решения по предпочтительности.

В работе рассмотрены проблемы формирования критерия оптимальности — функции ценности. В качестве функции ценности предложено использовать простую квадратичную функцию, которая может интерпретироваться как расстояние в обобщенном евклидовом пространстве технических характеристик МПС. Эта функция значительно лучше аппроксимирует систему предпочтений разработчика, чем «классическая» линейная функция ценности.

Очевидно, что с увеличением номенклатуры серийно выпускаемых устройств и микропроцессоров для построения МПС, актуальность предлагаемых формальных методов оптимизации принятия технических решений еще более возрастает.

Литература

1. *Кини Р.Л., Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях предпочтения и замещения.: Пер. с англ. / под ред. И.Ф. Шахнова. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
2. *Микони С.В.* Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив. – СПб.: Лань, 2009. – 273 с.
3. *Лягнев В.В., Сирая Т.Н., Довбета Л.И.* Метрологические основы теории измерительных процедур. – М: Элмор, 2011. – 415 с.

References

1. *Kini R.L., Rayfa Kh.* Prinyatie resheniy pri mnogikh kriteriyakh predpochteniya i zameshcheniya.: Per. s angl. / pod red. I.F. Shakhnova. – M.: Radio i svyaz', 1981. – 560 p. (in Russ.)
2. *Mikoni S.V.* Mnogokriterial'nyy vybor na konechnom mnozhestve al'ternativ. – SPb.: Lan', 2009. – 273 p. (in Russ.)
3. *Lyagnev V.V., Siraya T.N., Dovbeta L.I.* Metrologicheskie osnovy teorii izmeritel'nykh protsedur. – M: Elmor, 2011. – 415 p. (in Russ.)

Сведения об авторах

Борис Николаевич Чугаев
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия
Эл. почта: b.915@yandex.ru

Мария Алексеевна Шапошникова
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия
Эл. почта: gattto58000@gmail.com

Information about the authors

Boris N. Chugaev
Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia
E-mail: b.915@yandex.ru

Maria A. Shaposhnikova
Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia
E-mail^ gattto58000@gmail.com